



TESIS - TM 14501

**ANALISIS DINAMIS PADA *VARIABLE GEOMETRY*  
*SUSPENSION* (VGS) DENGAN KENDALI LQR DAN LQG**

FERLY ISNOMO ABDI  
NRP. 021116 5005 0007

Dosen Pembimbing  
Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc.  
NIP. 19780510 200112 1 001

PROGRAM MAGISTER  
BIDANG KEAHLIAN DESAIN SISTEM MEKANIKAL  
DEPARTEMEN TEKNIK MESIN  
FAKULTAS TEKNOLOGI INDUSTRI  
INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER  
SURABAYA  
2018



THESES - TM 14501

**DYNAMIC ANALYSIS OF VARIABLE GEOMETRY  
SUSPENSION (VGS) WITH LQR AND LQG CONTROL**

**FERLY ISNOMO ABDI**  
**NRP. 021116 5005 0007**

**Supervisor**  
**Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc.**  
**NIP. 19780510 200112 1 001**

**MASTER PROGRAM**  
**MECHANICAL DESIGN SYSTEM**  
**DEPARTMENT OF MECHANICAL ENGINEERING**  
**FACULTY OF INDUSTRIAL TECHNOLOGY**  
**INSTITUT TEKNOLOGI SEPULUH NOPEMBER**  
**SURABAYA**  
**2018**


Tesis ini disusun untuk memenuhi salah satu syarat memperoleh gelar  
Magister Teknik (M.T.)  
di  
Institut Teknologi Sepuluh Nopember

Oleh:  
Ferly Isnomo Abdi  
NRP. 021116 5005 0007

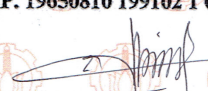
Tanggal Ujian : 25 Juli 2018  
Periode Wisuda : September 2018

Disetujui oleh:

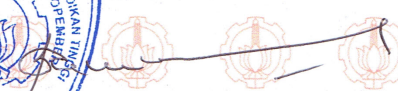
1.  Dr. Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc. (Pembimbing)  
NIP. 19780510 200112 1 001

2.  Prof. Ir. I Nyoman Sutantra, M.Sc., Ph.D. (Penguji)  
NIP. 19510605 197803 1 002

3.  Dr. Ir. Agus Sigit Pramono, DEA. (Penguji)  
NIP. 19650810 199102 1 001

4.  Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D. (Penguji)  
NIP. 19862017 12037

 Dekan Fakultas Teknologi Industri,

 Dr. Bambang Lelono Widjiantoro, S.T., M.T.  
NIP. 19690507 199512 1 001





## PERNYATAAN KEASLIAN TESIS

Dengan ini, saya menyatakan bahwa isi sebagian maupun keseluruhan Tesis saya yang berjudul “**ANALISIS DINAMIS PADA *VARIABLE GEOMETRY SUSPENSION* (VGS) DENGAN KENDALI LQR DAN LQG**” adalah benar-benar hasil karya intelektual mandiri, diselesaikan tanpa menggunakan bahan-bahan yang tidak diizinkan dan bukan merupakan karya pihak lain yang saya akui sebagai karya saya sendiri.

Semua referensi yang dikutip maupun dirujuk telah ditulis secara lengkap pada Daftar Pustaka. Apabila ternyata pernyataan ini tidak benar, maka saya bersedia menerima sanksi sesuai dengan ketentuan yang berlaku.

Surabaya, 25 Juli 2018

Ferly Isnomo Abdi  
NRP. 021116 5005 0007

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

# ABSTRAK

## ANALISIS DINAMIS PADA *VARIABLE GEOMETRY SUSPENSION* (VGS) DENGAN KENDALI LQR DAN LQG

Nama : Ferly Isnomo Abdi  
NRP : 021116 5005 0007  
Dosen Pembimbing : Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc.

Perkembangan teknologi pada suspensi kendaraan bertujuan untuk memberikan efek kenyamanan dan keamanan dalam berkendara. Sistem suspensi dengan komponen aktif telah dikembangkan mulai dari sistem suspensi semi-aktif hingga aktif. *Variable Geometry Suspension* (VGS) merupakan pengembangan dari sistem suspensi yang menggunakan aktuator aktif (*single-link*) berupa poros cam yang dipasang secara seri dengan suspensi. Penelitian ini bertujuan untuk mengetahui performa dari VGS menggunakan kendali *Linear Quadratic Regulator* (LQR) dan *Linear Quadratic Gaussian* (LQG).

Sistem suspensi dimodelkan dengan model *kineto-dynamic*. Metode *linear equivalent modelling* dan pemodelan *state-space* digunakan untuk mendesain sistem kendali dari VGS. LQR adalah kendali yang mengasumsikan semua *state* dapat diukur (*full-state feedback*), sedangkan LQG merupakan pengembangan dari LQR yang memiliki *estimator/observer* pada sistemnya, sehingga hanya memerlukan beberapa pengukuran saja. Penelitian ini memvariasikan nilai pembobotan pada LQR sedangkan pada LQG memvariasikan jumlah pengukuran (sensor) yang digunakan. Analisis performa dengan meninjau nilai RMS (*root mean square*) dan nilai *Comfort Gain* dari sistem VGS pada masing-masing kendali.

Hasil penelitian ini didapatkan bahwa sistem VGS dengan model multi-bodi menggunakan kendali LQR dan LQG lebih baik dari sistem pasif. Pada kendali LQR, didapatkan nilai RMS maksimal sebesar  $0,26 \text{ m/s}^2$  pada percepatan *sprung-mass*, sedangkan kendali LQG sebesar  $1,22 \text{ m/s}^2$  dengan pengukuran kondisi III (sensor percepatan bodi dan defleksi suspensi). Nilai RMS dari defleksi suspensi dengan kendali LQR dan LQG tidak lebih baik dari sistem pasif, sedangkan pada deformasi ban nilai RMS dengan kendali LQR maksimal sebesar 6,6 mm dan pada LQG berkisar 6,7 sampai 6,8 mm. Nilai *Comfort Gain* dari sistem VGS mencapai 89,65% pada LQR dan 51,84% dengan kendali LQG, sedangkan pada nilai deformasi ban sebesar 3,17% pada LQR dan LQG sebesar 2,25%.

**Kata kunci:** Suspensi Aktif, *Comfort Gain*, LQR, LQG, RMS, VGS.

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

# ABSTRACT

## DYNAMICS ANALYSIS OF VARIABLE GEOMETRY SUSPENSION (VGS) WITH LQR AND LQG CONTROL

**Name : Ferly Isnomo Abdi**

**NRP : 021116 5005 0007**

**Advisor : Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc.**

Technological developments in vehicle suspension aim to provide comfort and safety. A suspension system with active components has been developed such as semi-active and active system. Variable Geometry Suspension (VGS) is a kind of active suspension that uses active actuators (single-link) in the form of a cam-axle mounted in series with the spring damper components. This paper report the study of the performance of VGS with Linear Quadratic Regulator (LQR) and Linear Quadratic Gaussian (LQG) control.

First, a kineto-dynamic model is developed then a linear equivalent model in the state-space form is derived to design the controller. LQR is a control that assumes all states can be measured (full-state feedback). For LQG control the 2 cases of measurement combination with commonly available sensor are considered. The dynamics analysis of the VGS is conducted using multi-body dynamics model to capture the non-linear phenomena of the real system. This study varied the weighting in LQR, whereas LQG varied the number of measurements (sensors) used. Performance analysis by reviewing the RMS (root mean square) and Comfort Gain of the VGS system on each control.

The simulation results of VGS system with multi-body model using LQR and LQG control batter than passive system. In LQR control, the maximum RMS is  $0.26 \text{ m/s}^2$  on sprung-mass acceleration, while the LQG control is  $1.22 \text{ m/s}^2$  with the acceleration sensor body and suspension deflection measurement. The RMS of the suspension deflection with LQR and LQG controls is no better than the passive system, whereas for tire deformation on LQR control of 6.6 mm and in the LQG ranges from 6.7 to 6.8 mm. Comfort Gain from VGS system reached 89.65% in LQR and 51.84% with LQG control, while the tire deformation value was 3.17% at LQR and LQG of 2.25%.

**Keywords:** Active Suspension, Comfort Gain, LQR, LQG, RMS, VGS.

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

## KATA PENGANTAR

Segala puji dan syukur penulis panjatkan ke hadirat Allah SWT atas rahmat, taufik, serta hidayah-Nya sehingga penulis dapat menyelesaikan penelitian yang berjudul: **“ANALISIS DINAMIS PADA *VARIABLE GEOMETRY SUSPENSION* (VGS) DENGAN KENDALI LQR DAN LQG”** dapat diselesaikan dengan baik.

Laporan ini disusun sebagai salah satu persyaratan yang harus dipenuhi oleh setiap mahasiswa Program Studi S-2 Departemen Teknik Mesin FTI-ITS yang selanjutnya disebut sebagai penelitian Tesis dari penulis. Dalam penyusunan penelitian Tesis ini, penulis berusaha menerapkan ilmu yang didapat selama menjalankan perkuliahan pada Program Studi S-2 Teknik Mesin dengan Bidang Studi Desain Sistem Mekanikal. Kiranya penulis tidak akan mampu menyelesaikan penelitian ini tanpa bantuan, saran, dukungan dan motivasi dari berbagai pihak. Oleh karena itu, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang sebesar-besarnya kepada:

1. Bapak Dr.Eng. Unggul Wasiwitono, S.T., M.Eng.Sc. selaku dosen pembimbing dan dosen wali yang telah meluangkan waktu, tenaga dan pikiran untuk memberikan ide, arahan, bimbingan dan motivasi selama pengerjaan penelitian Tesis ini.
2. Bapak Prof. Ir. I Nyoman Sutantra, M.Sc., Ph.D., Bapak Dr. Ir. Agus Sigit Pramono, DEA., dan Ibu Latifah Nurahmi, S.T., M.Sc., Ph.D. selaku dosen penguji Tesis yang telah banyak memberikan saran dan masukan guna untuk kesempurnaan penelitian Tesis ini.
3. Bapak Dr. Bambang Lelono Widjiantoro, S.T., M.T. selaku Dekan Fakultas Teknologi Industri ITS Surabaya.
4. Bapak Ir. Bambang Pramujati, M.Sc.Eng. Ph.D. selaku Ketua Departemen Teknik Mesin FTI-ITS.
5. Bapak Prof. Dr-Eng. Ir. Prabowo, M.Eng. selaku Kepala Program Studi S2/S3 Departemen Teknik Mesin FTI-ITS.
6. Segenap Bapak/Ibu Dosen Pengajar dan Karyawan yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan serta sarana & prasarana di Program Pascasarjana Departemen Teknik Mesin FTI-ITS.

7. Keluarga tercinta Bapak Abdul Hamid (alm), Ibu Nurul Wasi'ah, Arwindah Istifani, S.Pd. (Kakak), Iswahyudi, S.T., M.M. (Kakak Ipar), Azzahra Amiratus Sholichah (Keponakan) dan Namira Amanda Putri (Keponakan) yang selalu bersabar dan memberikan do'a kesuksesan serta dukungannya.
8. Segenap keluarga besar Madrasatul Qur'an Al-Anwar Surabaya yang telah memberikan motivasi selama kuliah
9. Keluarga S-2 Desain Sistem Mekanikal (DSM) Angkatan 2k16 (Pak Yulianto, Mbak Elisa, Mas Edwin, dan Ajeng) atas dukungan, semangat, kebersamaan dan kerjasamanya kepada penulis.
10. Bapak/Ibu Dosen Pengajar Jurusan Teknik Mesin FT-UNESA yang telah memberikan ilmu dan pengetahuan serta motivasi kepada penulis.
11. Sahabat-sahabat Pascasarjana Teknik Mesin FTI-ITS, KKN-UNESA 2k16, PPP-UNESA 2k17, 3FAK, KORMUS, FORMASI, dan PAC IPNU Mulyorejo serta UKM Rebana ITS atas dukungan, semangat, motivasi dan do'anya.
12. Teman – teman yang tidak dapat saya sebutkan disini terima kasih atas kerjasama dan bantuan yang telah diberikan, sehingga penelitian Tesis ini bisa terselesaikan dengan baik.

Penulis menyadari sepenuhnya, bahwa penelitian Tesis ini masih jauh dari sempurna, sehingga penulis mengharapkan adanya kritik dan saran dari berbagai pihak, khususnya kepada para Dosen Penguji. Akhir kata, semoga penelitian Tesis ini dapat berkontribusi bagi peneliti lainnya dan bermanfaat bagi mahasiswa di Program Studi Teknik Mesin dengan bidang Desain Sistem Mekanikal.

Surabaya, Juli 2018

Penulis



# DAFTAR ISI

<b>Halaman Judul</b>	<b>i</b>
<b>Lembar Pengesahan</b>	<b>ii</b>
<b>Pernyataan Keaslian Tesis</b>	<b>v</b>
<b>Abstrak</b>	<b>vii</b>
<b>Abstract</b>	<b>ix</b>
<b>Kata Pengantar</b>	<b>xi</b>
<b>Daftar Isi</b>	<b>xiii</b>
<b>Daftar Gambar</b>	<b>xv</b>
<b>Daftar Tabel</b>	<b>xvii</b>
<b>Daftar Simbol</b>	<b>xix</b>
<b>1 PENDAHULUAN</b>	<b>1</b>
1.1 Latar Belakang	1
1.2 Rumusan Permasalahan	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan Penelitian	3
1.5 Manfaat Penelitian	4
<b>2 KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI</b>	<b>5</b>
2.1 Penelitian Terdahulu yang Relevan	5
2.2 Pemodelan Sistem Suspensi	8
2.3 <i>Variable Geometry Suspension</i> (VGS)	10
2.3.1 <i>Kineto-dynamic analysis</i>	11
2.3.2 <i>Linear equivalent modelling</i>	13

2.3.3	Desain mekanisme <i>single-link</i>	15
2.4	Pemodelan <i>State-Space</i> VGS	15
2.5	Pemodelan <i>Road Disturbance</i>	17
2.6	Kendali Optimal	18
2.6.1	<i>Linear quadratic regulator</i> (LQR)	18
2.6.2	<i>Linear quadratic gaussian</i> (LQG)	20
2.7	Performa dari Sistem Suspensi	21
2.7.1	Kenyamanan Kendaraan	22
2.7.2	Keamanan Kendaraan	23
<b>3</b>	<b>METODE PENELITIAN</b>	<b>25</b>
3.1	Diagram Alir dan Metode Penelitian Secara Umum	25
3.2	Diagram Alir Desain Sistem Kendali VGS	27
3.3	Prosedur Desain, Simulasi, dan Analisis VGS	27
3.4	Metode Pembobotan	29
<b>4</b>	<b>HASIL DAN PEMBAHASAN</b>	<b>31</b>
4.1	Deskripsi Umum	31
4.2	Blok Diagram Sistem VGS	31
4.3	Analisis Model Multi-bodi VGS	33
4.3.1	Menentukan nilai <i>equivalent</i>	34
4.4	Menentukan Parameter Kendali	36
4.4.1	Kendali LQR	37
4.4.2	Kendali LQG	40
4.5	Analisis Unjuk Kerja sistem VGS	42
4.5.1	Percepatan <i>sprung-mass</i>	43
4.5.2	Defleksi suspensi	44
4.5.3	Deformasi ban	45
4.6	<i>Comfort Gain</i> sistem VGS	46
<b>5</b>	<b>SIMPULAN DAN SARAN</b>	<b>49</b>
5.1	Simpulan	49
5.2	Saran	49
	<b>Daftar Pustaka</b>	<b>50</b>
	<b>Lampiran 1</b>	<b>55</b>
	<b>Lampiran 2</b>	<b>57</b>

## DAFTAR GAMBAR

2.1	Mekanisme dari SAVGS: a) Tanpa <i>Single-link</i> , b) Posisi <i>Single-link Static Equilibrium</i> , dan c) Posisi <i>Single-link Nominal Equilibrium</i> (Arana dkk, 2015).	6
2.2	Skema dari Metode <i>Linear Equivalent Modelling</i> (Yu dkk, 2017).	7
2.3	Model Seperempat Kendaraan 2 DOF (a) Suspensi Pasif (b) Suspensi Semi-Aktif (c) Suspensi Aktif.	9
2.4	(a) <i>Kineto-dynamic</i> dari Seperempat Kendaraan pada Suspensi Tipe <i>Double Wishbone</i> dan (b) Pemodelan Konvensional Seperempat Kendaraan.	12
2.5	Diagram Benda Bebas <i>Linear equivalent modelling</i> pada VGS.	14
2.6	Mekanisme <i>Single-link</i> : a) Keadaan <i>Equilibrium State</i> , b) Keadaan <i>Nominal Equilibrium State</i> (Arana dkk, 2017).	16
2.7	Blok Diagram: a) LQR dan b) LQG.	19
3.1	Diagram Alir Penelitian Secara Umum.	25
3.2	Diagram Alir Desain Sistem Kendali pada VGS.	28
4.1	Sinyal <i>Input</i> Berupa <i>Bumpy Road</i> .	32
4.2	Sinyal <i>Input</i> Berupa Ketidakrataan Jalan ( <i>Random/white noise</i> ).	32
4.3	Defleksi Suspensi dengan Berbagai Variasi Sudut ( $\Delta\theta_{SL}$ ).	34
4.4	Perbedaan Respon Percepatan <i>Sprung-mass</i> VGS pada Berbagai Pemodelan.	35
4.5	Perbedaan Respon Defleksi Suspensi VGS pada Berbagai Pemodelan.	35
4.6	Perbedaan Respon Deformasi Ban VGS pada Berbagai Pemodelan.	36
4.7	Respon <i>Output</i> Percepatan <i>Sprung-mass</i> dengan LQR.	38
4.8	Respon <i>Output</i> Defleksi Suspensi dengan LQR.	39
4.9	Respon <i>Output</i> Deformasi Ban dengan LQR.	39
4.10	Pengukuran pada LQG: a) Kondisi I, b) Kondisi II, c) Kondisi III.	40
4.11	Respon <i>Output</i> Percepatan <i>Sprung-mass</i> dengan LQG.	41
4.12	Respon <i>Output</i> Defleksi Suspensi dengan LQG.	41
4.13	Respon <i>Output</i> Deformasi Ban dengan LQG.	42

4.14 RMS Percepatan <i>Sprung-mass</i> dari VGS.	44
4.15 RMS Defleksi Suspensi dari VGS.	45
4.16 RMS Deformasi Ban dari VGS.	46

## DAFTAR TABEL

2.1	Perbandingan Antara Berbagai Tipe pada Suspensi Otomotif (Xue dkk, 2011).	10
2.2	Level Kenyamanan sesuai ISO 2631 (Sutantra and Sampurno, 2010).	22
3.1	Pembobotan pada Kendali LQR (Koch dkk, 2010).	30
3.2	Nilai Parameter pada Kendaraan (Balike dkk, 2011).	30
4.1	<i>Time Response</i> VGS dengan <i>Input</i> Gundukan dengan Kendali LQR dan LQG pada <i>Output</i> Percepatan <i>Sprung-mass</i> .	42
4.2	<i>Time Response</i> VGS dengan <i>Input</i> Gundukan dengan Kendali LQR dan LQG pada <i>Output</i> Defleksi Suspensi.	43
4.3	<i>Time Response</i> VGS dengan <i>Input</i> Gundukan dengan Kendali LQR dan LQG pada <i>Output</i> Deformasi Ban.	43
4.4	Perbandingan Nilai RMS pada Sistem VGS.	47
4.5	Perbandingan Nilai RMS (Normalisasi) pada Sistem VGS .	47
4.6	Perbandingan Nilai <i>Comfort Gain</i> pada Sistem VGS .	48



## DAFTAR SIMBOL

$A, H$	Amplitudo	$Ke_3$	Gain estimator LQG III
$A$	Matrik sistem/ <i>plant</i>	$k_{eq}$	Kekakuan pegas Eq, N/m
$Ap$	Matrik <i>state</i> sistem VGS	$k_s$	Kekakuan pegas, N/m
$B_u$	Matrik <i>control input</i>	$k_t$	Kekakuan ban, N/m
$Bv$	Matrik <i>input</i> VGS	$k_{tl}$	Kekakuan ban lateral, N/m
$B_w$	Matrik <i>input disturbance</i>	$k$	Gain kendali LQR
$b$	vektor VGS	$k_1$	Gain kendali LQR pada $J_1$
$C$	Matrik <i>output plant</i>	$k_2$	Gain kendali LQR pada $J_2$
$c_{eq}$	Damping <i>equivalent</i> , Ns/m	$L$	Persamaan Lagrange's
$C_g$	Comfort Gain, %	$l$	Panjang Gundukan, m
$Cs$	Matrik <i>output observer</i>	$l_{SD}$	Panjang suspensi, m
$Cs_{1-3}$	Matrik <i>observer</i> I, II, III	$m_a$	Massa <i>single-link</i> , kg
$C_p$	Matrik <i>output</i> VGS	$m_s$	Massa kendaraan, kg
$c_s$	Damping suspensi, Ns/m	$m_u$	Massa suspensi, kg
$c_t$	Damping pada ban, Ns/m	$N$	Banyak data ke-n
$D$	Damping Energi, J	$n$	Data ke-n
$D_u$	Matrik <i>feedforward</i> input	$P$	Matrik <i>Aljabar Riccati</i>
$D_w$	Matrik <i>feedforward</i>	$Q_i$	Energi <i>output</i> , J
$Dv$	Matrik <i>feedforward</i> sistem	$q_i, \dot{q}_i$	Indeks pada Lagrange's
$E$	Ekspektasi pada pembobotan	$R$	Radius ban, m
$F_a$	Gaya Aktuator suspensi Aktif	$Re$	Pembobotan LQG
$F_D$	Gaya demping semi-aktif	$R_1$	Matrik Q pada Riccati
$F_{SD}$	Gaya pada suspensi VGS	$R_2$	Matrik R pada Riccati
$I_{ux}$	Momen inersia, kg/m <sup>2</sup>	$R_3$	Matrik S pada Riccati
$J$	Indeks Performansi	$\tilde{R}$	Matrik Pembobotan
$J_1$	Pembobotan variasi 1	$r_{1-3}$	Indeks Pembobotan
$J_2$	Pembobotan variasi 2	$S_{z_r}$	Vertical ground vel., m <sup>2</sup> /s
$Ke$	Gain estimator LQG	$T$	Energi kinetik, J
$Ke_1$	Gain estimator LQG I	$T_{SL}$	Torsi <i>single-link</i> , Nm
$Ke_2$	Gain estimator LQG II	$t$	Waktu, detik

## DAFTAR TABEL

$u, \dot{u}$	Kedali <i>input</i>	$\dot{z}_u$	Kec. <i>unsprung-mass</i> , m/s
$u^*$	Kendali <i>input</i> optimal	$\ddot{z}_u$	Perc. <i>unsprung-mass</i> , m/s <sup>2</sup>
$V$	Energi Potensial, J	$z_r$	Posisi <i>vertical ground</i> , m
$Vn$	Matrik <i>noise</i> LQG	$\dot{z}_r$	Kec. <i>vertical ground</i> , m/s
$Vn_1$	Matrik <i>noise</i> LQG I	$z_1$	Data ke-1
$Vn_2$	Matrik <i>noise</i> LQG II	$z_2$	Data ke-2
$Vn_3$	Matrik <i>noise</i> LQG III	$z_3$	Data ke-3
$v$	Kec. kendaraan, m/s; km/h	$k_r$	<i>Gain</i> kendali LQR
$w$	Nilai <i>disturbance</i> , m	$\alpha$	Faktor konversi
$x_p$	<i>State</i> dari sistem VGS	$\gamma_c$	Nilai <i>equivalent</i> damping
$x_1$	<i>State</i> kec. <i>sprung-mass</i>	$\gamma_k$	Nilai <i>equivalent</i> pegas
$x_2$	<i>State</i> kec. <i>unsprung-mass</i>	$\phi$	Sudut pada suspensi, rad
$x_3$	<i>State</i> defleksi suspensi	$\dot{\phi}$	Kec. sudut suspensi, rad/s
$x_4$	<i>State</i> deformasi ban	$\ddot{\phi}$	Perc. sudut suspensi, rad/s <sup>2</sup>
$x_5$	<i>State</i> input kendali VGS	$\Delta F_{tz}$	Gaya reaksi pada ban, N
$\dot{x}$	Pers. <i>input state-space</i>	$\Delta \theta_{SL}$	Sudut <i>single-link</i> , derajat
$y_u$	Nilai posisi arah lateral, m	$\Delta \theta_{LW}$	Sudut <i>lower arm</i> , derajat
$\dot{y}_u$	Nilai kec. arah lateral, m/s	$\Delta l_s$	Defleksi suspensi, m
$\ddot{y}_u$	Nilai perc. arah lateral, m/s <sup>2</sup>	$\Delta \dot{l}_s$	Kec. defleksi suspensi, m/s
$y_1$	<i>State output</i> percepatan bodi	$\Delta l_t$	Deformasi ban, m
$y_2$	<i>State output</i> defleksi suspensi	$\Delta \dot{l}_t$	Kec. deformasi ban, m/s
$y_3$	<i>State output</i> deformasi ban	$\delta l_{SD}$	Panjang suspensi, m
$y_{2,max}$	Nilai Defleksi maksimal, m	$\delta st$	Defleksi awal suspensi, m
$y_{3,max}$	Nilai Deformasi maksimal, m	$\omega_{SL}$	Kec. sudut <i>single-link</i> , rad/s
$Z_n$	Jumlah data RMS	$\sigma$	Nilai <i>Root Mean Square</i>
$z_a$	Posisi <i>single-link</i> , m	$\tilde{\sigma}$	Nilai RMS (normalisasi)
$\ddot{z}_a$	Percepatan <i>single-link</i> , m/s <sup>2</sup>	$\tilde{\sigma}_{ref}$	RMS (normalisasi) pasif
$z_n$	Data ke-n	$\tilde{\sigma}$	RMS (normalisasi) aktif
$z_s$	Posisi <i>sprung-mass</i> , m	$\rho$	Perbandingan massa
$\dot{z}_s$	Kec. <i>sprung-mass</i> , m/s	$\pi$	Nilai konstanta (3.14)
$\ddot{z}_s$	Perc. <i>sprung-mass</i> , m/s <sup>2</sup>		
$z_u$	Posisi <i>unsprung-mass</i> , m		



# Bab 1

## PENDAHULUAN

### 1.1 Latar Belakang

Perkembangan teknologi pada kendaraan dari waktu ke waktu semakin berkembang, khususnya pada pengembangan teknologi sasis kendaraan. Teknologi sasis yang banyak dikembangkan untuk meningkatkan tingkat kenyamanan dan keamanan berkendara adalah sistem suspensi. Sistem suspensi terdiri dari pegas, peredam (*shock absorber*) dan *axle* yang bertujuan sebagai alat penopang kendaraan dan menjaga agar roda selalu berada menapak/menempel di jalan, sehingga meminimalkan terjadinya slip saat berkendara dan peredam kejut memberikan efek kenyamanan bagi pengguna. Sistem suspensi dapat dibagi menjadi 3 tipe, yaitu: suspensi pasif, suspensi semi-aktif, dan suspensi aktif (Xue dkk, 2011).

Suspensi pasif merupakan sistem konvensional dan tidak memiliki sistem kendali, sehingga nilai karakteristik dari konstanta pegas dan peredam adalah tetap. Namun, penggunaannya masih banyak diproduksi di dunia industri otomotif karena biaya produksi yang murah, konstruksi sederhana, implementasi dan perbaikannya juga mudah. Suspensi semi-aktif mempunyai struktur hampir sama dengan suspensi pasif, namun terdapat gaya peredam (*damping force*) yang dapat secara aktif meredam getaran dengan teknologi *Electro-Rheological Dampers* atau *Magneto-Rheological Dampers* (Donha, 2012) dan dapat juga menggunakan VSVD (*Variable Stiffness Variable Dampers*) (Nugroho, 2016). Suspensi aktif mempunyai aktuator aktif yang dipasang secara paralel dengan pegas dan peredam. Aktuator aktif tersebut dapat mengendalikan sistem, sehingga menghasilkan performa yang lebih baik dari suspensi semi-aktif dan pasif (Zhou, 2013). Namun, biaya produksi dari suspensi semi-aktif dan aktif mahal dan konsumsi energi yang besar serta implementasi yang tidak mudah. Oleh karena itu, penelitian mengenai VGS (*Variable Geometry Suspension*) dilakukan untuk mendapatkan performa seperti suspensi semi-aktif atau bahkan suspensi aktif dan implementasinya mudah seperti suspensi pasif (Sharp and Hassan, 1986).

VGS adalah sebuah mekanisme yang mengubah geometri dari sistem suspensi, sehingga panjang dari pegas *coil* dapat berubah-ubah. Penelitian (Sharp and Hassan, 1986) menggunakan mekanisme sistem hidrolik untuk dapat mengubah geometri

dari suspensi secara otomatis. Namun, sistem hidrolik tidak sederhana dan membutuhkan banyak penggunaan energi, maka dikembangkan VGS dengan mekanisme di mana terdapat *link* tambahan atau rantai yang terhubung secara seri ke unit pegas dan peredam dengan motor servo sebagai penggeraknya (Arana dkk, 2012). VGS juga dapat mempengaruhi *pitch* dari sasis kendaraan (Nemeth and Gaspar, 2011), sehingga pada penelitian (Arana dkk, 2012) *pitch* dapat tereduksi sebesar 15% yang dapat meningkatkan performa ber-manuver dan kenyamanan. Penggunaan sistem VGS dapat juga memperbaiki sistem kemudi dan sudut *chamber* pada kendaraan untuk meningkatkan stabilitas dari kendaraan (Nemeth and Gaspar, 2013).

Metode *Linear Parameter Varying* (LPV) tangguh (*robust*) digunakan untuk mendesain sistem kendali yang mendekati efek *non-linear* pada pemodelan *state-space*. Keuntungan dari metode LPV adalah bahwa sistem kendali memenuhi stabilitas yang kuat dan performa yang tinggi karena sistem kendalinya mampu beradaptasi terhadap kondisi apapun, namun sistem kendali tersebut masih sangat rumit (Nemeth and Gaspar, 2015). Penggabungan antara kendali adaptif dan *fuzzy* pada VGS ternyata dapat mencapai stabilitas dengan nilai *yaw* yang diinginkan dan sudut *roll* meningkat sekitar 20%. Penggunaan kendali PID (*Proportional Integral Derivative*) pada VGS menghasilkan respon yang tidak sebanding (Baghaeian and Akbari, 2013). Namun, konstruksinya sederhana dan implementasinya mudah, sehingga nantinya dapat dipertimbangkan.

Konsep pengembangan dari VGS adalah dengan menggunakan aktuator aktif (*single-link*) untuk mengendalikan geometri dari suspensi, sehingga menawarkan kinerja yang lebih unggul (Arana dkk, 2015).  $H_{\infty}$  *Controller* digunakan pada penelitian (Arana dkk, 2017) dengan pemodelan linear dan menghasilkan performa yang lebih baik dari pasif. Kendali tersebut termasuk dari beberapa metode kendali Optimal yang ada (Susanto dkk, 2015). Namun, model yang digunakan masih linear, sehingga geometri dan konstruksi dari suspensi belum dipertimbangkan. Oleh karena itu, seperti penelitian (Balike dkk, 2011) yang menggunakan metode *kineto-dynamic* dalam memodelkan multi-bodi pada sistem suspensi pasif, sehingga didapatkan hasil yang mendekati sebenarnya.

*Linear Quadratic Regulator* (LQR) atau dapat disebut juga kendali *full-state feedback* merupakan sebuah metode kendali Optimal yang membutuhkan pengukuran pada semua *state*-nya dan menggunakan pembobotan pada sistem kendalinya, sehingga tingkat akurasi dalam pengendaliannya lebih baik (Koch dkk, 2010). Kemudian *Linear Quadratic Gaussian* (LQG) juga termasuk kendali yang mempunyai *estimator/observer* dan penggunaan *Kalman Filter*, sehingga dalam mendesain kendali hanya membutuhkan beberapa pengukuran saja (Kristiadi, 2014). Oleh karena

itu, masih dibutuhkan penelitian mengenai penggunaan metode kendali lainnya pada sistem VGS untuk mengetahui performanya.

## 1.2 Rumusan Permasalahan

Permasalahan yang akan dibahas dalam penelitian ini sesuai dengan uraian latar belakang adalah bagaimana performa dari *Variable Geometry Suspension* (VGS) menggunakan kendali LQR dan LQG pada model multi-bodi dengan metode *kineto-dynamic*?

## 1.3 Batasan Masalah

Untuk memberikan arah penyelesaian dalam penelitian ini, maka diberikan batasan-batasan masalah sebagai berikut:

1. Simulasi desain dan analisis dengan seperempat kendaraan.
2. Parameter suspensi tipe *double wishbone* sesuai penelitian (Balike dkk, 2011).
3. Pemodelan multi-bodi menggunakan metode *kineto-dynamic*.
4. Metode pengendali yang digunakan adalah kendali LQR dan LQG.
5. Metode pembobotan pada kendali LQR sesuai penelitian (Koch dkk, 2010), sedangkan pada LQG sesuai penelitian (Kristiadi, 2014).
6. Tidak membahas dan memodelkan mekanisme perubahan dari *single-link*.
7. Tidak membahas gaya aktuator.
8. Tidak membahas *power consumption*.

## 1.4 Tujuan Penelitian

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mengetahui performa dari *Variable Geometry Suspension* (VGS) menggunakan kendali LQR dan LQG pada model multi-bodi dengan metode *kineto-dynamic*.

## 1.5 Manfaat Penelitian

Kontribusi penelitian ini adalah penggunaan pemodelan multi-bodi pada sistem *Variable Geometry Suspensions* (VGS) dengan metode analisis *kineto-dynamic*. *Linear equivalent modelling* dengan menggunakan pemodelan *state-space* digunakan untuk mendesain kendali pada sistem VGS. Penelitian ini juga diharapkan dapat memberikan alternatif sistem kendali yang lebih mudah dan optimal dengan menggunakan kendali LQR dan LQG untuk diimplementasikan pada sistem VGS, sehingga didapatkan hasil performa (percepatan *sprung-mass*, defleksi suspensi, dan deformasi ban) dari VGS yang dibandingkan dengan penelitian terdahulu (Yu dkk, 2017).

## Bab 2

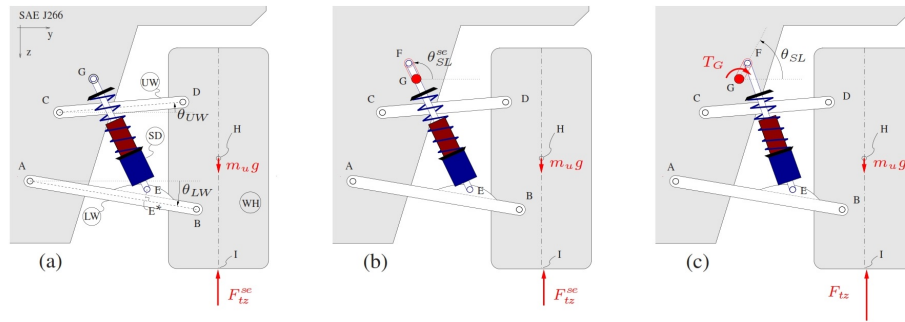
### KAJIAN PUSTAKA DAN DASAR TEORI

#### 2.1 Penelitian Terdahulu yang Relevan

Penelitian mengenai suspensi semi-aktif (Donha, 2012) dan aktif (Zhou, 2013) telah banyak dilakukan termasuk pada penelitian (Sharp and Hassan, 1986) mengenai *Variable Geometry Suspension* (VGS) dengan kendali PD (*Proportional Derivative*) untuk mengendalikan aktuator berupa *double valve* pada sistem hidroliknya. Namun, implementasi dari penggunaan sistem hidrolik tidak mudah, sehingga penelitian (Nemeth and Gaspar, 2011) mengembangkan dengan penggunaan *link* yang dipasang pada suspensi sebagai pengganti dari aktuator piston hidrolik pada penelitian (Sharp and Hassan, 1986). Oleh karena itu, sistem VGS yang dikembangkan (Nemeth and Gaspar, 2011) menggunakan satu motor servo pada setiap roda kendaraan yang digunakan secara terus-menerus untuk mengubah posisi dari *link* dalam mekanisme di tiap seperempat kendaraan, sehingga dapat secara aktif mengendalikan kendaraan.

Penelitian (Arana dkk, 2012) sistem VGS dengan kendali PID pada motor-servo dapat meningkatkan performa bermanuver dengan mereduksi *pitch*, memperbaiki sistem kemudi dan sudut *chamber* serta meningkatkan jarak *ground clearance*, sehingga stabilitas dari kendaraan meningkat. Oleh karena itu, integrasi kemudi dan roda miring dapat teratasi oleh VGS. Namun, sistem kendali yang digunakan harus menjamin berbagai performa seperti pelacakan lintasan, stabilitas roll, dan batas geometri (Nemeth and Gaspar, 2013). Kemudian, konstruksi dari suspensi akan berpengaruh terhadap desain dari sistem kendali VGS, sehingga penelitian menggunakan sistem kendali dengan model *Linear Parameter Varying* (LPV) yang didalamnya terdapat parameter pembobotan dan *robust* pada sistem VGS yang dapat meminimalkan perbedaan antara referensi (*set point*) terhadap pengukuran (Nemeth and Gaspar, 2015).

Penulis tertarik pada pengembangan konsep VGS yang telah dilakukan oleh (Arana dkk, 2015), (Arana dkk, 2017) dan (Yu dkk, 2017) yang disebut *Series Active Variable Geometry Suspension* (SAVGS). Penelitian yang dilakukan oleh (Arana dkk, 2015) mengenalkan mekanisme dari *single-link* dan *duo-link* dengan sistem *electro-mechanical*, kemudian pada penelitian (Arana dkk, 2017) menggu-

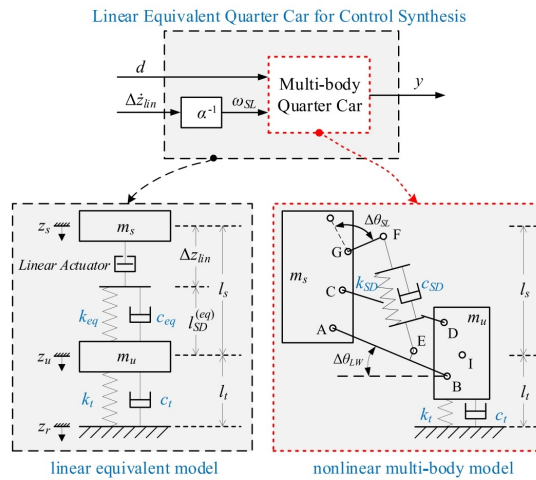


Gambar 2.1: Mekanisme dari SAVGS: a) Tanpa *Single-link*, b) Posisi *Single-link Static Equilibrium*, dan c) Posisi *Single-link Nominal Equilibrium* (Arana dkk, 2015).

nakan teknik kendali linear *robust* pada model linear seperempat kendaraan dan model *non-linear* kendaraan penuh (*full car*) multi-bodi, sedangkan penelitian (Yudkk, 2017) mengenalkan metode *linear equivalent modelling* yang digunakan pada pemodelan dari sistem SAVGS. Model *kineto-dynamic* (Balike dkk, 2011) dapat digunakan pada pendekatan model multi-bodi dalam menganalisisnya. Oleh karena itu, penulis menggunakan metode multi-bodi sesuai (Balike dkk, 2011) pada sistem VGS dengan kendali LQR sesuai (Koch dkk, 2010) dan LQG pada penelitian (Kristiadi, 2014) dalam mendesain *gain* parameternya, karena menurut (Arana dkk, 2017) pemodelan VGS dapat dikategorikan sama dengan sistem suspensi aktif *low bandwidth* atau *slow active* (Westhuizen and Els, 2013).

Penelitian (Arana dkk, 2015) lebih fokus pada mekanisme dari *single-link* yang dapat dilihat pada Gambar 2.1 yang digunakan dengan pemodelan seperempat kendaraan dari SAVGS. Penelitian tersebut menganalisis kinematika dari *single-link*, pemodelan motor yang digunakan sebagai aktuator dengan sistem kendali, hingga mendapatkan hasil berupa tenaga yang digunakan oleh motor (PMSM) untuk menggerakkan sistem SAVGS dengan *PID Controller* dalam aplikasi *bandwidth* rendah. Total tenaga elektrik dan konsumsi tenaga dari SAVGS rata-rata sebesar 142/83 W dengan simulasi pada kondisi manuver *high acceleration* dan kondisi *constant velocity* pada kecepatan sedang serta menjaga penggunaan daya maksimum dari tiap aktuator sebesar 500 W.

Penelitian (Arana dkk, 2017) fokus pada pengembangan sistem kendali yang digunakan untuk mendapatkan kenyamanan dan keamanan dalam berkendara. Pada pemodelan seperempat kendaraan menggunakan multi-bodi yang memiliki keunggulan memperluas sudut *single-link* pada pemodelannya dan dapat digunakan sebagai pendekatan penelitian pada model *full car*, sehingga hasilnya dapat dipakai



Gambar 2.2: Skema dari Metode *Linear Equivalent Modelling* (Yu dkk, 2017).

sebagai acuan dalam mendesain pengendali untuk *full car*. Kendali yang digunakan adalah  $H_\infty$  yang bertujuan untuk meminimalkan gangguan pengukuran, meningkatkan kenyamanan dan *road holding*. Pengukuran yang digunakan dalam mendesain kendali berupa sensor *uniaxial accelerometer* yang ditempatkan pada *sprung mass* dan *unsprung-mass*, kemudian sensor *Linear Variable Differential Transformer* (LVDT) untuk mengukur defleksi dari suspensi serta *Encoder* digunakan untuk mengukur posisi sudut dari *single-link*.

Penelitian (Yu dkk, 2017) fokus pada studi eksperimen dari SAVGS dengan alat uji (*test rig*) dengan model seperempat kendaraan untuk suspensi model *double wishbone*. Metode *linear equivalent model* dapat dilihat pada Gambar 2.2 yang menyajikan bahwasanya ada hubungan antara sudut *single-link* dan sudut *lower wishbone* terhadap nilai  $k_{eq}$  dan  $c_{eq}$  dengan panjang *single-link* tetap. Hubungan tersebut dinotasikan dengan  $\alpha$  yang berfungsi untuk mengkonversi kecepatan dari *linear* aktuator menjadi kecepatan sudut dari *single-link*. Berbeda dengan (Yu dkk, 2017), pada penelitian (Balike dkk, 2011) melakukan pembuatan model *kineto-dynamic* pada suspensi pasif tipe *double wishbone* yang digunakan untuk menganalisis hasil respon dari sistem suspensi pasif, sehingga didapatkan pemodelan yang mendekati kondisi sistem yang sebenarnya.

Metode kendali  $H_\infty$  digunakan pada penelitian (Yu dkk, 2017) untuk mengendalikan aktuator dari alat uji (*test rig*) pada sistem SAVGS dengan performa yang tangguh (*robust*). Alat uji tersebut digunakan untuk mengetahui performa dari sistem SAVGS dengan mekanisme eksitasi berupa sinyal sinusoidal. Penelitian (Yu dkk, 2017) juga men-simulasikan model *non-linear (real system)* untuk mengetahui

perbedaan dari model linear (teoritis) dan eksperimen, sehingga dapat memberikan perbedaan dan menunjukkan fitur yang lebih praktis.

Penelitian (Koch dkk, 2010), melakukan variasi nilai rasio redaman pada pemodelan suspensi aktif *low bandwidth* (LBAS) dan mengoptimasi nilai pembobotan yang dilakukan dalam mendesain kendali LQR. *Input* yang digunakan pada penelitian ini adalah ketidakrataan jalan (*road disturbance*) dalam bentuk *Power Spectral Density* (PSD) yang telah divalidasi dengan pengukuran nyata pada permukaan jalan. Berdasarkan hasil penelitiannya bahwa *comfort gain* pada LBAS dengan *full state feedback* maksimal sebesar 43% dengan tetap berada pada batasan *ride safety* (defleksi ban) dan *suspension stroke* yang diberikan dibandingkan dengan performa dari suspensi pasif.

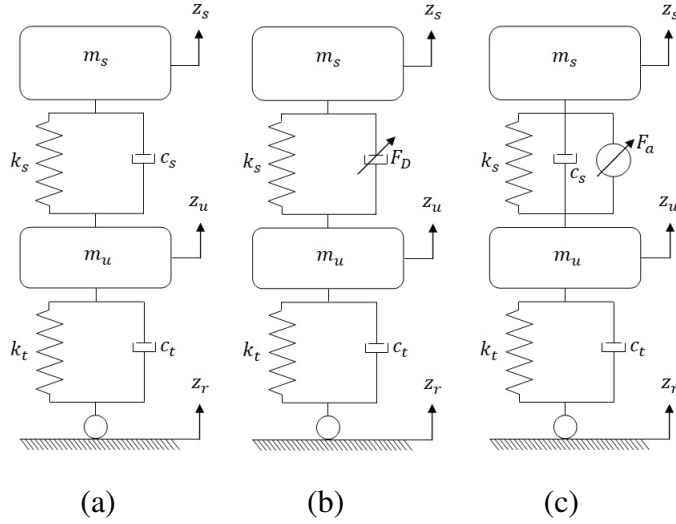
Penelitian dengan metode LQG sebenarnya hampir sama dengan LQR. Namun, perbedaannya adalah pada LQG menggunakan filter optimal (*kalman filter*) dan mempunyai struktur utama berupa *plant* dan *observer/estimator* pada sistem kendalinya. Penelitian (Kristiadi, 2014) fokus pada pengaruh dari banyaknya penggunaan jumlah sensor pada pemodelan LBAS seperempat kendaraan, karena LQG dapat meminimalkan *feedback* yang digunakan. Berdasarkan penelitian tersebut didapatkan nilai *comfort gain* sebesar 2,4% dengan 1 sensor; 17,53% dengan 2 sensor; dan 18,48% dengan 3 sensor. Walaupun hasil yang diperoleh tidak sebaik *full state feedback*, namun performanya dapat bersaing karena penggunaan sensor yang lebih sedikit.

## 2.2 Pemodelan Sistem Suspensi

Suspensi adalah suatu sistem pada kendaraan yang berfungsi untuk meredam kejutan getaran akibat permukaan jalan yang tidak rata. Suspensi dapat meningkatkan kenyamanan berkendara, menunjang kemampuan *road holding* kendaraan dan mengendalikan kendaraan. Sistem suspensi terdiri atas pegas, peredam (*shock absorber*), dan komponen lain seperti *ball joint*, *stabilizer bar*, *suspension arm*, dan *bumper*. Sistem suspensi yang dirancang dengan tujuan untuk membuat "lambut" saat kendaraan berbelok, sehingga mudah untuk dikendalikan. Ada beberapa suspensi yang digunakan dalam aplikasi kendaraan otomotif yaitu: sistem suspensi pasif, semi-aktif dan aktif dengan berbagai metode kendali (Zhou, 2013). Perbedaan dari tipe-tipe suspensi tersebut dapat dilihat pada Tabel 2.1.

Analisis pemodelan dari sistem suspensi berfungsi untuk mengetahui respon gerakan dari kendaraan baik berupa gerak *vertical*, *roll*, dan *pitch* (Kristiadi, 2014).





Gambar 2.3: Model Seperempat Kendaraan 2 DOF (a) Suspensi Pasif (b) Suspensi Semi-Aktif (c) Suspensi Aktif.

Pemodelan suspensi digunakan untuk memudahkan dalam menganalisis, sehingga nantinya akan didapatkan hasil berupa respon gerak dari sistem suspensi. Dalam pemodelannya terdapat perbedaan antara sistem suspensi pasif, semi-aktif, aktif dan juga pada *Variable Geometry Suspension* (VGS) yang pemodelannya dapat dilihat pada Gambar 2.3. Penelitian ini menggunakan pemodelan seperempat kendaraan (*quarter car*) dengan analisis 2 derajat kebebasan (*Degree of Freedom*) pada sistem VGS (Yu dkk, 2017).

Persamaan sistem gerak dapat diperoleh dari hukum II Newton dengan analisis 2 DOF dan melihat pada Gambar 2.3. Didapatkan persamaan (2.1) dan (2.2) untuk suspensi pasif, (2.3) dan (2.4) untuk suspensi semi-aktif, (2.5) dan (2.6) untuk suspensi aktif dengan  $m_s$  adalah massa *sprung*,  $m_u$  adalah massa *unsprung*,  $c_s$  adalah konstanta peredam pada *sprung-mass*, adalah konstanta kekakuan pegas pada *sprung-mass*,  $k_t$  adalah konstanta kekakuan ban,  $c_t$  adalah konstanta peredam pada massa *unsprung* sedangkan  $\ddot{z}_s$ ,  $\dot{z}_s$ ,  $z_s$  adalah percepatan, kecepatan, dan posisi dari *sprung-mass*, dan  $\ddot{z}_u$ ,  $\dot{z}_u$ ,  $z_u$  adalah percepatan, kecepatan, dan posisi dari *unsprung-mass*,  $z_r$  adalah posisi *vertical ground*,  $F_D$  adalah gaya peredam, serta  $F_a$  adalah gaya aktif dari suspensi aktif.

$$m_s \ddot{z}_s = -c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_s(z_s - z_u) \quad (2.1)$$

$$m_u \ddot{z}_u = c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s(z_s - z_u) - c_t(\dot{z}_u - \dot{z}_r) - k_t(z_u - z_r) \quad (2.2)$$

Tabel 2.1: Perbandingan Antara Berbagai Tipe pada Suspensi Otomotif (Xue dkk, 2011).

<i>Parameters</i>	<i>Passive Suspensions</i>	<i>Semi-active Suspensions</i>	<i>Active Suspensions</i>	
			<i>Hydraulic or Pneumatic</i>	<i>Electromagnetic</i>
<i>Structure</i>	<i>Simplest</i>	<i>Complex</i>	<i>Most Complex</i>	<i>Simple</i>
<i>Weight or Volume</i>	<i>Lowest</i>	<i>Low</i>	<i>High</i>	<i>High</i>
<i>Cost</i>	<i>Lowest</i>	<i>Low</i>	<i>Highest</i>	<i>High</i>
<i>Ride Comfort</i>	<i>Bad</i>	<i>Medium</i>	<i>Good</i>	<i>Best</i>
<i>Handling Performance</i>	<i>Bad</i>	<i>Medium</i>	<i>Good</i>	<i>Best</i>
<i>Reliability</i>	<i>Highest</i>	<i>High</i>	<i>Medium</i>	<i>High</i>
<i>Dynamic Performance</i>	<i>Passive</i>	<i>Passive</i>	<i>Medium</i>	<i>Good</i>
<i>Energy Regeneration</i>	<i>No</i>	<i>No</i>	<i>No</i>	<i>Yes</i>
<i>Commercial Maturity</i>	<i>Yes</i>	<i>Yes</i>	<i>Yes</i>	<i>No</i>

$$m_s \ddot{z}_s = -k_s(z_s - z_u) - F_D \quad (2.3)$$

$$m_u \ddot{z}_u = k_s(z_s - z_u) + F_D - c_t(\dot{z}_u - \dot{z}_r) - k_t(z_u - z_r) \quad (2.4)$$

$$m_s \ddot{z}_s = -c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_s(z_s - z_u) - F_a \quad (2.5)$$

$$m_u \ddot{z}_u = c_s(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_s(z_s - z_u) - c_t(\dot{z}_u - \dot{z}_r) - k_t(z_u - z_r) + F_a \quad (2.6)$$

### 2.3 Variable Geometry Suspension (VGS)

Pada tahun 1965, *Velocette Thruxton* mengenalkan konsep terbaru dari mekanisme model suspensi aktif pada kendaraan, dalam penelitiannya yang biasa dikenal *Variable Geometry Systems* (VGS) adalah sistem yang mengubah geometri dari suspensi yang bertujuan untuk mengubah nilai konstanta dari pegas dan peredam. Geometri suspensi yang dimaksud adalah berupa perubahan panjang statis/awal ( $l_{SD}$ ) dari suspensi dan karena penggunaan *link* yang dipasang secara seri dengan suspensi, sehingga suspensi memiliki posisi yang berubah-ubah juga khususnya pada titik *rear axle* suspensi saat sistem VGS bekerja. Namun, dalam penelitiannya ma-

sih menggunakan manual *adjustment* untuk mengubah geometri tersebut, kemudian dilakukan pengembangan dengan menggunakan sistem hidrolik atau elektrohidrolik agar VGS dapat bekerja dengan aktif menggunakan sistem kendali (Sharp and Hassan, 1986).

Sistem VGS yang dalam pemodelanya dapat dilihat pada Gambar 2.4(b) dimana aktuator dipasang seri dengan gaya pegas dan peredam, sehingga kedua nilai konstanta dapat langsung berubah-ubah ketika aktuator bekerja sesuai dengan data dari sensor yang digunakan sebagai alat ukurnya. VGS dikembangkan memiliki tujuan utama untuk membuat sistem suspensi yang dalam fungsinya lebih baik dari sistem pasif dan semi-aktif pada peningkatan nilai kenyamanan dan keamanan serta implementasi sistem kendali, kemudian juga untuk meminimalkan atau menghindari kelemahan dari sistem suspensi aktif dimana dalam implementasinya yang membuat penambahan berat dari kendaraan dan juga penggunaan konsumsi tenaga yang cukup besar (Arana dkk, 2017). Oleh karena itu, VGS dapat dikatakan sebagai konsep pemodelan sistem suspensi yang lebih baik dari sistem pasif, semi-aktif, dan aktif. Persamaan gerak dari VGS diturunkan menggunakan metode *Lagrange's* dan mengasumsikan bahwa kendali *input* ( $u$ ) dari sistem VGS sebesar  $(z_s - z_a)$ .

### 2.3.1 Kineto-dynamic analysis

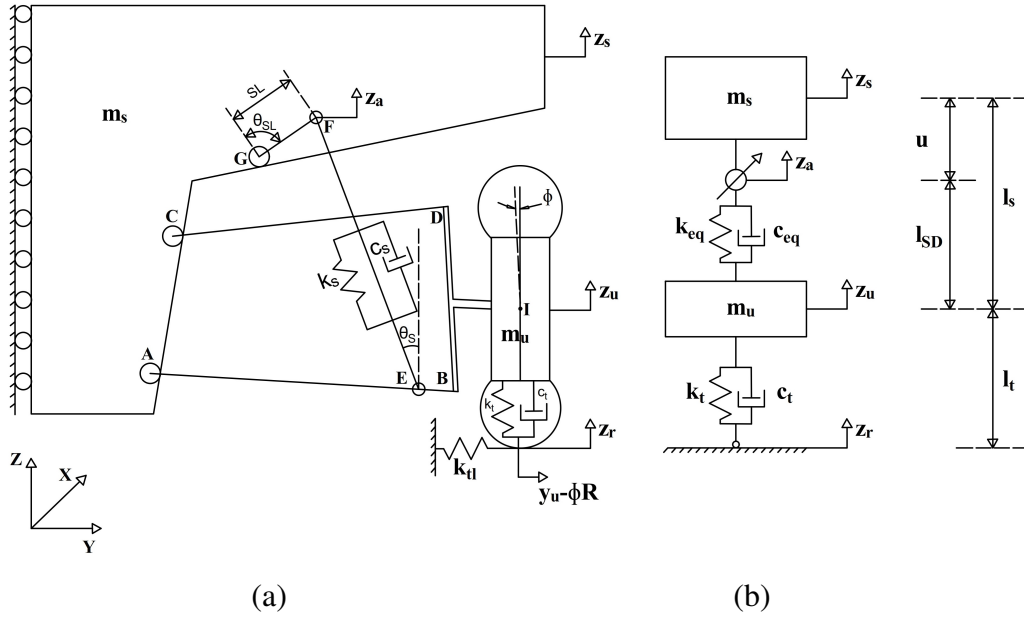
Persamaan gerak sistem dinamis dari *kineto-dynamic* pada pemodelan seperempat kendaraan dengan tipe suspensi *double wishbone* menggunakan metode *Lagrange's* sesuai penelitian (Balike dkk, 2011). Energi kinetik dilambangkan dengan ( $T$ ) sedangkan energi potensial dilambangkan ( $V$ ) pada sistem VGS dengan melihat Gambar 2.4, sehingga didapatkan persamaannya sebagai berikut:

$$T = \frac{1}{2}m_s\dot{z}_s^2 + \frac{1}{2}m_u(\dot{y}_u^2 + \dot{z}_u^2) + \frac{1}{2}m_a\dot{z}_a(\dot{y}_a^2 + \dot{z}_a^2) + \frac{1}{2}I_{ux}\dot{\phi}^2 \quad (2.7)$$

$$V = \frac{1}{2}k_s(\Delta l_s)^2 + \frac{1}{2}k_t(\Delta l_t)^2 + \frac{1}{2}k_{tl}(y_u - \phi R)^2 \quad (2.8)$$

$$D = \frac{1}{2}c_s(\Delta \dot{l}_s)^2 + \frac{1}{2}c_t(\Delta \dot{l}_t)^2 \quad (2.9)$$

dengan  $I_{ux}$  adalah massa inersia dari roda pada sumbu  $x - axis$ ,  $R$  adalah sudut efektif dari roda,  $k_{tl}$  adalah nilai kekakuan ban pada arah lateral, defleksi suspensi ( $\Delta l_s$ ) diasumsikan dengan penjumlahan dari kendali *input* ( $u$ ) dan  $l_{SD}$ ,  $\Delta l_t$  adalah deformasi ban, dan mengasumsikan bahwa nilai  $m_a$  sangat kecil, sehingga dapat diabaikan. Persamaan ( $\Delta l_s$ ) dan ( $\Delta l_t$ ) dari *kineto-dynamic* sebagai berikut sesuai



Gambar 2.4: (a) *Kineto-dynamic* dari Seperempat Kendaraan pada Suspensi Tipe *Double Wishbone* dan (b) *Pemodelan Konvensional* Seperempat Kendaraan.

pada (Balike dkk, 2011):

$$\Delta l_s = l_{SD} - [(E_y - F_{y0})^2 + (E_z - (F_{z0} + z_s))^2]^{1/2} \text{ dan } \Delta l_t = z_u - z_r \quad (2.10)$$

$$\Delta \dot{l}_s = \frac{[\dot{E}_y(E_y - F_{y0}) + (\dot{E}_z - \dot{F}_z)(E_z - (F_{z0} + z_s))]}{[(E_y - F_{y0})^2 + (E_z - (F_{z0} + z_s))^2]^{-1/2}} \quad (2.11)$$

Persamaan umum dari metode *Lagrange's* sebagai berikut:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial L}{\partial q_i} = Q_i \quad (2.12)$$

$$L = T - V \quad (2.13)$$

dari persamaan *Lagrange's* dengan menurunkan terhadap  $z_s$  dan  $z_u$ , sehingga didapatkan persamaan berikut:

$$\begin{aligned} m_s \ddot{z}_s + m_u \ddot{z}_u \left( \frac{\partial \dot{y}_u}{\partial \dot{z}_s} \right) + I_{ux} \ddot{\phi} \left( \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \dot{z}_s} \right) + k_s \Delta l_s \frac{\partial (\Delta l_s)}{\partial z_s} \\ + k_{tl} (y_u - \phi R) \frac{\partial (y_u - \phi R)}{\partial z_s} + c_s \Delta \dot{l}_s \frac{\partial (\Delta \dot{l}_s)}{\partial \dot{z}_s} = 0 \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
& m_u \ddot{z}_u + m_u \ddot{y}_u \frac{\partial \dot{y}_u}{\partial \dot{z}_u} + I_{ux} \ddot{\phi} \frac{\partial \dot{\phi}}{\partial \dot{z}_u} + k_s \Delta l s \frac{\partial (\Delta l s)}{\partial z_u} \\
& + k_{tl} (y_u - \phi R) \frac{\partial (y_u - \phi R)}{\partial z_u} + c_s \Delta \dot{l} s \frac{\partial (\Delta \dot{l} s)}{\partial \dot{z}_u} + k_t \Delta l t + c_t \Delta \dot{l} t = 0 \quad (2.15)
\end{aligned}$$

dengan persamaan  $y_u$ ,  $\phi$ ,  $\dot{y}_u$ ,  $\dot{\phi}$ ,  $\ddot{y}_u$ ,  $\ddot{\phi}$ ,  $\Delta l s$ , dan  $\Delta \dot{l} s$  didapatkan pada hubungan kinematik dari suspensi yang dapat dilihat pada Gambar 2.4(a) dan sesuai penelitian (Balike dkk, 2011), sehingga persamaan gerak multi-bodi dari VGS adalah sebagai berikut:

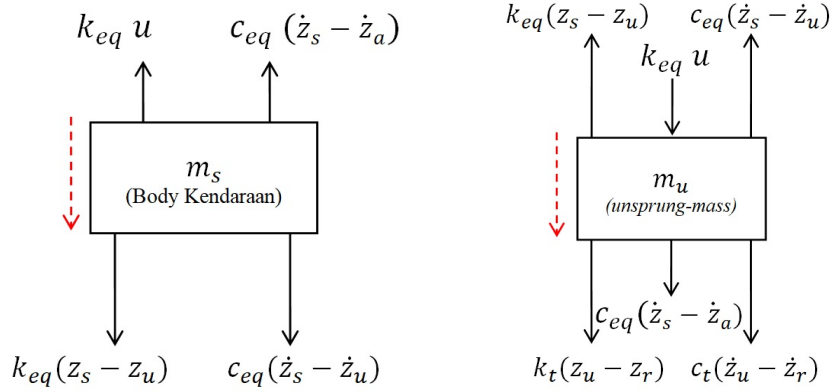
$$\begin{aligned}
& m_s \ddot{z}_s + m_u (19.318 z_s z_u + 6.244 z_u + 1.707) + I_{ux} (8 z_u + 0.381) \\
& + k_s (z_s - z_u) + k_{tl} (0.0427 z_u) + c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) = 0 \quad (2.16)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_u \ddot{z}_u + m_u (9.659 z_s^2 + 6.244 z_s) + I_{ux} (8 z_s) + k_{tl} (0.0427 z_s) - k_s (z_s - z_u) \\
& - c_s (\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_t (z_u - z_r) + c_t (\dot{z}_u - \dot{z}_r) = 0 \quad (2.17)
\end{aligned}$$

### 2.3.2 Linear equivalent modelling

Pemodelan suspensi dengan menggunakan metode *state-space* harus dibuat model linear pada sistemnya, sehingga nanti dapat dilakukan desain kendali pada sistem suspensi aktif tersebut, yang dalam penelitian ini fokus pada VGS. Pada beberapa penelitian terdahulu (Koch dkk, 2010) dan (Zhou, 2013) mengenai suspensi aktif, dimana model linear yang digunakan hanya bergerak pada dua arah vertikal saja, sehingga *non-linear* (multi-bodi) dari geometri suspensi tidak dipertimbangkan. Dalam penelitian ini, model multi-bodi sesuai (Balike dkk, 2011) dengan mempertimbangkan momen inersia ban, defleksi ban arah lateral dan konstruksi suspensi serta mengasumsikan keadaan *single-link* sistem VGS pada kondisi sudut referensi ( $\Delta \theta_{SL} = 90^\circ$ ) sesuai (Yu dkk, 2017).

Metode pemodelan *equivalent*, berdasarkan (Arana dkk, 2015) digunakan juga pada penelitian ini seperti terlihat pada Gambar 2.2. Dalam penelitian (Yu dkk, 2017) model *equivalent*, *non-linear* dari geometri yang berhubungan dengan variasi sudut *single-link* dapat diganti dengan fungsi dari  $\alpha$ . Koefisien tersebut berkaitan dengan sudut dari *single-link*  $\Delta \theta_{SL}$  dan sudut *lower wishbone*  $\Delta \theta_{LW}$ , sedangkan



Gambar 2.5: Diagram Benda Bebas *Linear equivalent modelling* pada VGS.

pada penelitian (Balike dkk, 2011), model *equivalent* pada suspensi *double wishbone* berkaitan dengan *wheel spindle* arah vertikal dan kecepatan relatif terhadap sasis kendaraan. Beberapa asumsi diberikan untuk menurunkan/membuat model *linear equivalent* dari model sesungguhnya (multi-bodi) dari sistem dengan pemodelan seperempat kendaraan. Asumsi yang digunakan adalah sebagai berikut:

1. Defleksi suspensi dan deformasi ban harus sama antara model linear dan model *non-linear*-nya.
2. Putaran aktual dari aktuator motor harus memiliki *power output* yang sama antara *linear equivalent* dengan gaya pegas *equivalent*-nya
3. Gaya pegas *equivalent* menggunakan Hukum dari Hooke's, sedangkan damping *equivalent* digunakan untuk menghilangkan energi dari gaya pegas setelah diberikan gaya *disturbance*/eksitasi.

Fungsi koefisien  $\alpha$ ,  $\gamma_k$ , dan  $\gamma_c$  digunakan untuk mengkonversi dari model multi-bodi menjadi model *linear equivalent* yang dapat dilihat pada persamaan (2.18). Persamaan tersebut adalah sebagai berikut:

$$\alpha = \dot{u}/\omega_{SL}, \quad \gamma_k = k_{eq}/k_s, \quad \text{dan} \quad \gamma_c = c_{eq}/c_s \quad (2.18)$$

Kemudian, dari persamaan *Lagrange's* (2.16) dan (2.17) dengan menggunakan *linear equivalent modelling*, maka persamaan gerak dari VGS (*linear equivalent*) dengan melihat pada Gambar 2.5 adalah sebagai berikut:

$$m_s \ddot{z}_s = -c_{eq}(\dot{z}_s - \dot{z}_u) - k_{eq}(z_s - z_u) + c_{eq}(\dot{z}_s - \dot{z}_a) + k_{eq} \cdot u \quad (2.19)$$

$$m_u \ddot{z}_u = c_{eq}(\dot{z}_s - \dot{z}_u) + k_{eq}(z_s - z_u) - c_t(\dot{z}_u - \dot{z}_r) - k_t(z_u - z_r) - c_{eq}(\dot{z}_s - \dot{z}_a) - k_{eq} \cdot u \quad (2.20)$$

### 2.3.3 Desain mekanisme *single-link*

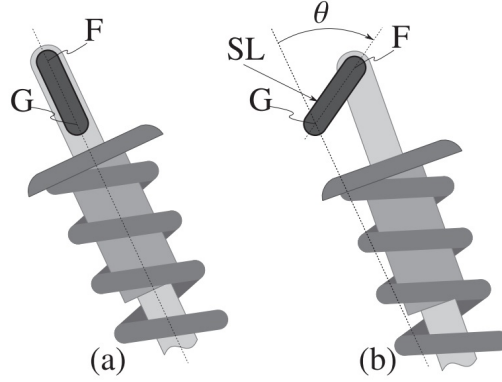
Mekanisme *single-link* seperti pada Gambar 2.6 merupakan bagian yang dikenal dalam penelitian mengenai sistem VGS yang dalam hal ini adalah sebagai kendali atau aktuator dari sistem tersebut. Panjang *single-link* yang digunakan pada penelitian ini sesuai dengan penelitian (Yu dkk, 2017) yang digunakan untuk menghubungkan pada *rear axle* kendaraan, dimana yang diinginkan adalah meningkatkan gaya pada ban dan juga mempertimbangkan kecepatan putar dari aktuator. *Single-link* dapat menstabilkan pada berbagai sudut yang berbeda dengan nilai tenaga putaran *equilibrium* ( $T_{SL}$ ) dari aktuator *single-link*. Tenaga putaran didapatkan dari *work principle* dengan mengasumsikan posisi dari *unsprung-mass* adalah tetap, sehingga *single-link* hanya berpengaruh pada gaya ban dan gaya pegas saja. Maka, didapatkan persamaan (2.21) sebagai berikut:

$$T_{SL} \cdot \delta\theta_{SL} = F_{SD} \cdot \delta l_{SD} \quad (2.21)$$

Selain itu, *single-link* pada VGS memiliki sudut penyeimbang sebesar  $90^\circ$  (digunakan juga sebagai sudut referensi) yang memiliki performa lebih efektif terhadap gaya pegas-peredam ( $\Delta F_{SD}$ ) dan gaya ban ( $\Delta F_{tz}$ ) untuk melawan sudut *single-link* ( $\Delta\theta_{SL}$ ) yang memiliki kemiringan maksimal. Oleh karena itu, dalam menganalisis VGS dan menentukan nilai tenaga putaran ( $T_{SL}$ ) juga dibutuhkan pemilihan yang tepat untuk aktuator *single-link*, dan akan berpengaruh juga terhadap desain strukturnya. Dalam penelitian ini sesuai dengan (Yu dkk, 2017) maka digunakan *single-link* berupa *cam-shaft* (poros cam) yang dihubungkan pada poros motor dan *rear axle* pada suspensi.

## 2.4 Pemodelan *State-Space* VGS

Dalam pemodelan *state-space*, model persamaannya tidak dapat ditransformasikan kedalam bentuk domain frekuensi, yang dilakukan adalah hanya menyiapkan fungsi transfer-nya saja. Dalam kata lain, untuk mengatur persamaan diferensialnya (yang mungkin dalam order yang tinggi) nantinya akan diterjemahkan ke sebuah order pertama dan ditambahkan ke persamaan diferensialnya tersebut (Hendricks



Gambar 2.6: Mekanisme *Single-link*: a) Keadaan *Equilibrium State*, b) Keadaan *Nominal Equilibrium State* (Arana dkk, 2017).

dkk, 2008). Untuk sistem linear atau persamaan yang dapat dibuat model linear-nya yang cukup akurat untuk dikendalikan, proses pembuatan pemodelannya sangat sederhana. Pada umumnya, persamaan sistem dengan kondisi yang linear dan semua elemen matriksnya konstan biasa disebut *Linear and Time Invariant* (LTI), sehingga memiliki persamaan *state-space* (2.22) dan (2.23) sebagai berikut:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bv(t) \quad (2.22)$$

$$y(t) = Cx(t) + Dv(t) \quad (2.23)$$

Berdasarkan persamaan (2.19) dan (2.20) dari VGS dan meninjau pada Gambar 2.4 dapat diperoleh variabel *state*-nya sebagai berikut:

$$x_1 = \dot{z}_s; \quad x_2 = \dot{z}_u; \quad x_3 = z_s - z_u; \quad x_4 = z_u - z_r; \quad x_5 = u$$

dengan  $x_1$  adalah *state* untuk kecepatan *sprung-mass*,  $x_2$  adalah kecepatan *unsprung-mass*,  $x_3$  adalah *suspension deflection*,  $x_4$  adalah *tire deformation* dan  $x_5$  adalah penambahan *displacement* dari linear aktuator ( $x_p = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5]^T$ ). Kemudian, *input disturbance* yang berupa ketidakrataan jalan ( $w$ ) didefinisikan sebagai  $\dot{z}_r$ , dan *input kendali* ( $u$ ) berupa perubahan kecepatan yang didefinisikan sebagai  $\dot{u}$ , sehingga bentuk dari *state-space* dari VGS dapat dituliskan sebagai berikut:

$$\dot{x}_p = A_p x_p + B_w w + B_u u \quad (2.24)$$

dengan  $x_p \in \mathbb{R}^{n_p}$  adalah *state* dari suspensi,  $w \in \mathbb{R}^{n_w}$  adalah *input gangguan* (*disturbance*),  $u \in \mathbb{R}^{n_u}$  adalah *input kendali*, dan



$$A_p = \begin{bmatrix} \frac{-c_{eq}}{m_s} & \frac{c_{eq}}{m_s} & \frac{-k_{eq}}{m_s} & 0 & \frac{k_{eq}}{m_s} \\ \frac{c_{eq}}{m_u} & \frac{-(c_{eq}+c_t)}{m_u} & \frac{k_{eq}}{m_u} & \frac{-k_t}{m_u} & \frac{-k_{eq}}{m_u} \\ 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{c_t}{m_u} \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad B_u = \begin{bmatrix} \frac{c_{eq}}{m_s} \\ \frac{-c_{eq}}{m_u} \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

kemudian matrik *output* dari sistem sesuai dengan (Koch dkk, 2010) dan (Kristiadi, 2014) bahwasanya performa dari sistem suspensi adalah dengan mengetahui nilai percepatan *sprung-mass* ( $\ddot{z}_s$ ), defleksi suspensi ( $z_s - z_u$ ), dan deformasi ban ( $z_u - z_r$ ), sehingga matrik *output* yang dihasilkan adalah sebagai berikut:

$$C_p = \begin{bmatrix} \frac{-c_{eq}}{m_s} & \frac{c_{eq}}{m_s} & \frac{-k_{eq}}{m_s} & 0 & \frac{k_{eq}}{m_s} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad D_w = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad D_u = \begin{bmatrix} \frac{c_{eq}}{m_s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.26)$$

## 2.5 Pemodelan Road Disturbance

Sistem suspensi pada kendaraan mendapatkan *input* gangguan (*disturbance*) berupa ketidakrataan jalan. Beberapa penelitian menggunakan profil ketidakrataan jalan berupa *step* atau sinusoidal (Mouleeswaran, 2012), namun profil tersebut belum mampu merepresentasikan ketidakrataan jalan. Kemudian penelitian (Koch dkk, 2010) digunakanlah model *Power Spectral Density* (PSD) yang diharapkan dapat mendekati model ketidakrataan jalan yang sebenarnya. Oleh karena itu, pada penelitian ini digunakanlah *input* gangguan berupa model *Power Spectral Density* dan juga gundukan (*Bumpy Road*) untuk menganalisis sistem VGS.

Gangguan gundukan dapat dibuat dari sinyal sinusoidal yang diambil setengah periode yang sesuai dengan (Chen and Guo, 2005). Persamaan gundukan adalah sebagai berikut:

$$w(t) = \begin{cases} \frac{H}{2} \left( 1 - \cos \left( \frac{2\pi v}{l} t \right) \right), & \text{untuk } 0 \leq t \leq \frac{l}{v} \\ 0, & \text{untuk } t > \frac{l}{v} \end{cases} \quad (2.27)$$

dengan  $H$  dan  $l$  adalah ketinggian (m) dan panjang (m) dari gundukan, sedangkan  $v$  adalah kecepatan (km/h) dari kendaraan. Gundukan merupakan analogi dari “polisi tidur” yang terdapat pada permukaan jalan dengan amplitudo maksimal 10 cm

sesuai dengan (Chen and Guo, 2005). *Input* gundukan ini digunakan untuk menunjukkan respon dari sistem VGS.

*Power Spectral Density* (PSD) adalah *input* gangguan berupa sinyal *random* (*white noise*) yang menganalogikan permukaan jalan yang tidak rata. PSD memiliki persamaan sebagai berikut:

$$S_{z_r}(f) = \frac{1}{v} A \left( \frac{2\pi f}{v} \right)^n \quad (2.28)$$

dengan  $A$  adalah konstanta *roughness factor* (m),  $f$  adalah frekuensi eksitasi (Hz),  $v$  adalah kecepatan konstan kendaraan (m/s), dan  $n$  adalah *noise factor* dari *vertical ground velocity*. Asumsi nilai  $n = -2$ , sehingga persamaan tersebut menjadi *constant power spectrum*  $S_{z_r}(f)$  yang bergantung pada kondisi jalan dan kecepatan kendaraan sesuai (Koch dkk, 2010). Persamaannya adalah sebagai berikut:

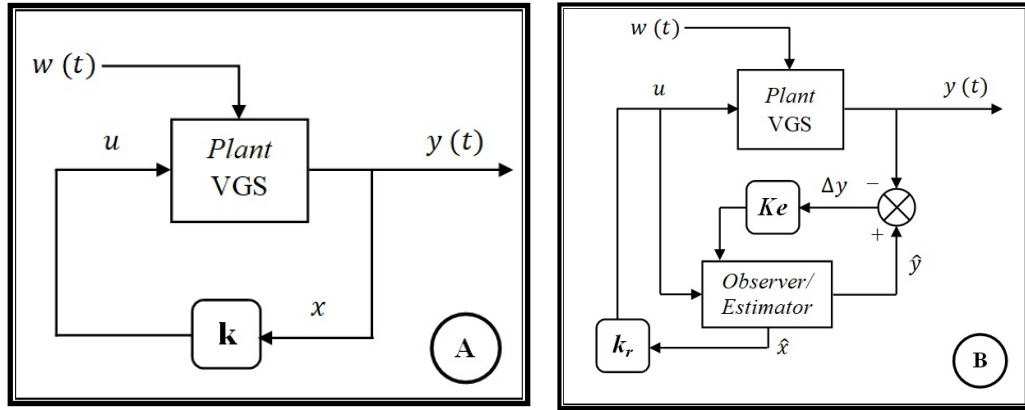
$$S_{z_r}(f) = (2\pi f)^2 \cdot S_{z_r}(f) = A \cdot v \quad (2.29)$$

## 2.6 Kendali Optimal

Kendali Optimal adalah suatu kendali yang menggunakan batasan-batasan optimasi dengan pendekatan geometri atau aljabar, sehingga nantinya akan didapatkan kendali yang optimal. Pendekatan desain kendali pada beberapa teori kendali adalah dengan *state feedback* dan *estimator/observer* yang sistemnya dibangun dengan pemodelan *state-space*. Tujuan dari teori kendali optimal adalah untuk menentukan sinyal kendali yang akan menghasilkan proses sesuai dengan batasan spesifikasi fisik dari sistem/*plant* dan pada saat bersamaan akan meminimumkan/memaksimumkan beberapa kriteria performansi. Terdapat beberapa proses yang harus ditentukan pada saat mendesain sistem dengan kendali optimal yaitu: sistem/*plant*, indeks performa, dan *constrains* (Susanto dkk, 2015).

### 2.6.1 *Linear quadratic regulator* (LQR)

Metode *Linear Quadratic Regulator* (LQR) merupakan teori dasar dari kendali optimal dimana metode ini digunakan dengan mengasumsikan bahwasanya semua *state* dari sistem/*plant* dapat dilakukan pengukuran. Pada penelitian ini kendali LQR didesain pada sistem VGS dengan pemodelan *state-space* orde lima, dimana blok diagram dari LQR dapat dilihat pada Gambar 2.7(a). Kendali LQR memiliki *functional cost* atau indeks performansi yang dinyatakan dalam bentuk matrik  $J$ ,



Gambar 2.7: Blok Diagram: a) LQR dan b) LQG.

dimana pada matrik tersebut sesuai (Koch dkk, 2010) yang memiliki nilai ekspektasi yang dilambangkan dengan  $E$ , nilai *output* dengan kriteria performa dari sistem suspensi yaitu: percepatan *sprung-mass* ( $y_1$ ), defleksi suspensi ( $y_2$ ), dan deformasi ban ( $y_3$ ). Sementara pembobotan sistem dilambangkan dengan  $r$ , dengan pembobotan pada percepatan *sprung-mass* ( $r_1$ ), suspensi defleksi ( $r_2$ ), dan deformasi ban ( $r_3$ ). Oleh karena itu, persamaan dari matrik  $J$  dan persamaan kendali dari LQR dapat dilihat pada persamaan (2.30) dan (2.31).

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} E[r_1 y_1^2 + r_2 y_2^2 + r_3 y_3^2] \quad (2.30)$$

$$u^* = -\mathbf{k}^T x \quad (2.31)$$

Persamaan (2.31) digunakan untuk mencari sinyal kendali yang optimal ( $u^*$ ), dimana \* adalah lambang dari kondisi optimal yang akan menggerakkan sistem/*plant* dari kondisi awal hingga pada kondisi akhir dengan beberapa batasan kendali dan *state* yang digunakan, dimana pada waktu yang bersamaan akan mengoptimalkan indeks performansi ( $J$ ). Dalam penentuan umpan balik dari *gain*  $\mathbf{k}$  dengan meninjau performa dari sistem suspensi yang sesuai dengan persamaan (2.30), maka persamaan sesuai dengan (Koch dkk, 2010) dapat ditulis sebagai berikut:

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} E[\mathbf{y}^T \text{diag}(r_1, r_2, r_3) \mathbf{y}]$$

$$J = \lim_{t \rightarrow \infty} E[\mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{u}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{d} \mathbf{u} + \mathbf{x}^T \mathbf{C}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{d} \mathbf{u} + \mathbf{u}^T \tilde{\mathbf{R}} \mathbf{C} \mathbf{x}] \quad (2.32)$$

melalui persamaan (2.32) maka vektor dari *gain* kendali dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\mathbf{k}^T = \mathbf{R}_2^{-1}(\mathbf{b}^T \mathbf{P} + \mathbf{R}_3^T) \quad (2.33)$$

dengan  $\mathbf{P}$  adalah matrik simetri, yang dapat diperoleh dengan menggunakan persamaan (2.34) dari *Algebraic Riccati Equation* (ARE) (Hendricks dkk, 2008), persamaan tersebut adalah sebagai berikut:

$$0 = \mathbf{A}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \mathbf{A} - (\mathbf{P} \mathbf{b} + \mathbf{R}_3) \mathbf{R}_2^{-1} (\mathbf{P} \mathbf{b} + \mathbf{R}_3)^T + \mathbf{R}_1 \quad (2.34)$$

### 2.6.2 *Linear quadratic gaussian* (LQG)

Metode *Linear Quadratic Gaussian* (LQG) adalah pengembangan dari metode LQR, sehingga hampir sama antara keduanya. Perbedaan di antara keduanya adalah pada jumlah *state* yang digunakan sebagai *feedback*. LQG tersusun dari dua struktur utama yaitu: sistem/*plant* dan *observer/estimator*, sehingga LQG sebenarnya adalah kendali LQR yang terdapat struktur *observer* (Kristiadi, 2014). Oleh karena itu, jika *observer* tidak ada maka semua *state* dianggap dapat diukur oleh *controller* yang digunakan pada LQR, sehingga pada penelitian ini LQR digunakan sebagai *benchmark performance*.

Tujuan utama dari kendali LQG adalah untuk mendesain sinyal kendali yang hanya berasal dari informasi yang dapat dilakukan pengukuran, sehingga ketika dimasukkan kedalam sistem sebagai *input* maka sistem dapat stabil secara keseluruhan dan indeks performansi akan minimum (Susanto dkk, 2015). *Observer* pada LQG biasa disebut dengan *Kalman Filter* (Koch, 2011), blok diagram dari LQG dapat dilihat pada Gambar 2.7(b). *Kalman Filter* digunakan sebagai mengestimasi beberapa *state* yang tidak dapat diukur, sehingga kita dapat merekonstruksi variabel *state* yang tidak dapat diakses dengan cara menghubungkan *observer* ke sistem VGS. Dalam penelitian ini, sintesis LQG akan disusun berdasarkan penelitian (Kristiadi, 2014) dengan perancangan *observer* (*kalman filter*) yang optimal dan penggunaan nilai pembobotan tertentu.

Pada desain sistem, kendali LQG memiliki nilai pembobotan dan indeks performansi yang sama dengan kendali LQR sesuai pada penelitian (Koch dkk, 2010). Persamaan (2.35) adalah *output* dari *observer* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y(t) = \mathbf{C} \mathbf{s}(t) + \mathbf{D} v(t) \quad (2.35)$$

dengan nilai koefisien dari  $Cs$  harus dipilih untuk mendefinisikan sinyal pengukuran yang akan digunakan sebagai *feedback* pada kendali LQG. Pada penelitian ini akan menggunakan tiga kondisi pengukuran berbeda-beda yang juga dilakukan oleh (Kristiadi, 2014). Kondisi I menggunakan percepatan *sprung-mass* sebagai pengukuran *feedback*. Kondisi II menggunakan defleksi suspensi, sedangkan pada kondisi III adalah penggabungan dari kondisi I dan II. Kondisi-kondisi tersebut akan memiliki nilai  $Cs$  yang berbeda-beda yang didefinisikan sebagai  $Cs_1$ ,  $Cs_2$ , dan  $Cs_3$  yang merepresentasikan nilai  $Cs$  pada kondisi I, II, dan III.

Kendali LQG memiliki bentuk sinyal *input* yang identik dengan LQR. Namun, perbedaannya adalah pada mencari *gain* dari *kalman filter* ( $Ke$ ) sesuai pada (Kristiadi, 2014) yang dapat diperoleh dengan persamaan:

$$Ke = -PCsRe^{-1} \quad (2.36)$$

dengan nilai  $P$  juga didapatkan dengan persamaan aljabar *Riccati* (2.34), kemudian nilai  $Re$  adalah konstanta pembobotan dari kendali. Karena perhitungan  $Ke$  melibatkan nilai dari  $Cs$ , sedangkan nilai  $Cs$  akan berbeda-beda pada setiap kondisi pengukuran. Oleh karena itu, nilai  $Ke$  akan berbeda-beda pula yang dapat dinotasikan sebagai  $Ke_1$ ,  $Ke_2$ , dan  $Ke_3$ , sehingga struktur dari  $Ke$  yang didesain akan bergantung pada nilai  $Cs$  yang digunakan.

## 2.7 Performa dari Sistem Suspensi

Dalam menganalisis sistem suspensi dapat diambil beberapa parameter untuk dianalisis respon getarannya. Gaya eksitasi dapat divariasikan model dan nilainya, sehingga parameter yang diambil dapat dianalisis dengan baik. Parameter yang dapat dianalisis antara lain percepatan *sprung-mass* ( $\ddot{z}_s$ ), defleksi suspensi ( $z_s - z_u$ ), percepatan *unsprung-mass* ( $\ddot{z}_u$ ), deformasi ban ( $z_u - z_r$ ) (Kristiadi, 2014). Oleh karena itu, parameter tersebut digunakan untuk mengevaluasi performa dari suspensi berupa nilai kenyamanan yang dapat ditinjau pada percepatan *sprung-mass*, sedangkan keamanan pada defleksi suspensi dan deformasi ban. Berikut adalah hubungan parameter dengan fungsi sistem suspensi:

1. Untuk mengisolasi badan kendaraan dari gangguan yang diakibatkan oleh gaya eksitasi jalan dapat dilihat dari respon percepatan dari *sprung-mass* (percepatan bodi).

Tabel 2.2: Level Kenyamanan sesuai ISO 2631 (Sutantra and Sampurno, 2010).

<i>Measured Vibration (<math>m/s^2</math>)</i>	<i>Level of Comfort</i>
<i>Less than 0,315</i>	<i>Not Uncomfortable</i>
<i>0,315 to 0,63</i>	<i>A Little Comfortable</i>
<i>0,5 to 1</i>	<i>Fairly Uncomfortable</i>
<i>0,8 to 2,5</i>	<i>Uncomfortable</i>
<i>1,25 to 2,5</i>	<i>Very Uncomfortable</i>
<i>Grater than 2</i>	<i>Extremely Uncomfortable</i>

2. Untuk menjaga performa dari sistem suspensi akibat kelelahan material (khususnya pada pegas) dan meninjau batasan *stroke limit* dari suspensi dapat dilihat dari defleksi suspensi. Batasan *stroke limit* dari defleksi suspensi sesuai (Chen and Guo, 2005) dengan  $(y_{2,max})$  sebesar  $\pm 0.08$  m, sedangkan menurut (Koch dkk, 2010) pada nilai defleksi statis  $(\delta_{st})$  dari suspensi.
3. Untuk menunjang kemampuan *road holding* kendaraan dapat dilihat dari respon deformasi dari ban kendaraan.

### 2.7.1 Kenyamanan Kendaraan

Dalam mengevaluasi sebuah performa dari sistem suspensi adalah dengan nilai kenyamanan. Untuk meninjau kenyamanan kendaraan, salah satu parameternya adalah RMS (*Root Mean Square*). RMS merupakan nilai rata-rata efektif yang terjadi pada respon dinamis dari pemodelan (Koch dkk, 2010). *Range Level* kenyamanan yang dapat digunakan adalah ISO 2631, level ini digunakan untuk penentuan nilai getaran mekanis dan beban kejut. Secara umum ISO 2631 menjelaskan bahwa terdapat beberapa level percepatan yang menjadi toleransi nilai kenyamanan seperti pada Tabel 2.2 (Sutantra and Sampurno, 2010).

Kemudian, perhitungan *comfort gain* diperlukan dalam menganalisis performa VGS. *Comfort gain* adalah sebuah perhitungan untuk membandingkan seberapa besar peningkatan kenyamanan yang diraih VGS dibandingkan dengan sistem suspensi pasif dan aktif yang menggunakan kendali LQR dan LQG. Persamaan dari RMS adalah sebagai berikut:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n}(z_1^2 + z_2^2 + z_3^2 \dots + z_n^2)} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N |Z_n|^2} \quad (2.37)$$

dengan  $\sigma$  adalah nilai RMS,  $z_1$ ,  $z_2$ ,  $z_3$ ,  $z_n$  merupakan data ke-1, ke-2, ke-3

dan ke- $n$ ,  $N$  adalah jumlah data. Kemudian setelah RMS didapatkan, melakukan normalisasi terhadap nilai RMS dengan membagi nilai tersebut dengan akar kuadrat dari intensitas *white noise* (Koch dkk, 2010) sebelum melakukan perhitungan *comfort gain*. Normalisasi dari RMS ( $\tilde{\sigma}$ ) dirumuskan sebagai berikut:

$$\tilde{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{2\pi Av}} \quad (2.38)$$

dengan nilai  $A = 4,9 \cdot 10^{-6}$  m dan  $v = 25$  m/s. Kemudian perhitungan *comfort gain* dapat dituliskan sebagai berikut:

$$Cg = 1 - \frac{\tilde{\sigma}}{\tilde{\sigma}_{ref}} \quad (2.39)$$

dengan nilai  $\tilde{\sigma}$  adalah RMS dari nilai *output* pada sistem VGS dengan sistem kendali (aktif) yang telah dinormalisasikan, sedangkan  $\tilde{\sigma}_{ref}$  adalah RMS dari suspensi pasif yang sudah dinormalisasikan dan nilai *comfort gain* umumnya dalam bentuk prosentase.

### 2.7.2 Keamanan Kendaraan

Keamanan berkendara dapat dianalisis dengan daya pijak kendaraan (*road holding*) antara roda dengan permukaan jalan, sehingga kendaraan tidak akan terjadi *slip* atau *skid*. Apabila kendaraan memiliki *road holding* yang baik, maka kendaraan tersebut juga akan memiliki kemampuan *handling* yang baik atau kendaraan mudah untuk dikendalikan (Nugroho, 2016). Oleh karena itu, untuk mengevaluasi *road holding* dapat ditinjau pada nilai deformasi ban maksimal ( $y_{3,max}$ ) dari kendaraan. Pada penelitian ini sesuai pada (Koch dkk, 2010), maka digunakanlah nilai deformasi ban maksimal sebesar  $\pm 0.023$  m.

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

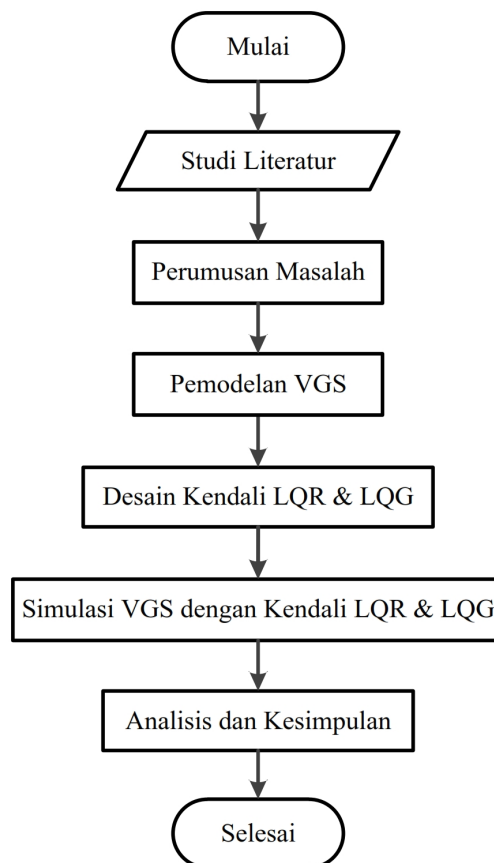


## Bab 3

### METODE PENELITIAN

#### 3.1 Diagram Alir dan Metode Penelitian Secara Umum

Metode penelitian harus dibuat dengan suatu analisis dan studi yang mampu menerangkan atau menjelaskan dengan jelas alur dari penelitian, sehingga alur penelitian berjalan dengan teratur sesuai dengan tahap-tahap dari penelitian. Maka dapat diuraikan dengan diagram alir secara umum seperti Gambar 3.1 dibawah ini:



Gambar 3.1: Diagram Alir Penelitian Secara Umum.

### Mulai

Meliputi penentuan topik tesis, materi dan judul dari dosen pembimbing yang terinspirasi dari materi penelitian sebelumnya (Balike dkk, 2011), (Arana dkk, 2015), dan (Yu dkk, 2017). Kemudian mencari referensi mengenai sistem dan pemodelan pada suspensi kendaraan, *Variable Geometry Suspension* (VGS), sistem kendali Optimal, lalu mencari dan men-download perangkat lunak yang dibutuhkan.

### Studi Literatur

Mencari data dan informasi lalu mempelajari materi mengenai sistem suspensi dan pemodelannya, sistem kendali suspensi aktif dan VGS serta penggunaan metode kendali LQR dan LQG untuk suspensi aktif dari media cetak maupun elektronik guna lancarnya penelitian.

### Perumusan Masalah

Merumuskan bahwa dibutuhkan suatu penelitian untuk mengetahui performa sistem kendali pada VGS dengan kendali LQR dan LQG pada model multi-bodi.

### Pemodelan VGS

Mulai dari menentukan parameter yang akan digunakan, menentukan *input* sistem berupa *road disturbance*, memodelkan suspensi pasif dengan model multi-bodi dengan analisis *kineto-dynamic* seperempat kendaraan, lalu menentukan *state* pada pemodelan *state-space* dari sistem VGS yang digunakan untuk mendesain kendali. Kemudian mendapatkan nilai parameter  $k_{eq}$  dan  $c_{eq}$  dari model multi-bodi.

### Desain Kendali LQR dan LQG

Kemudian dibuat desain sistem kendali VGS dengan LQR *Controller* sesuai (Koch dkk, 2010) dan LQG *Controller* sesuai (Kristiadi, 2014) sebagai metodenya dengan menentukan nilai indeks performansi, pembobotan, pengukuran, dan *gain*  $k$  pada LQR dan  $K_e$  pada LQG dengan persamaan aljabar *Riccati*.

### Simulasi VGS dengan Kendali LQR dan LQG

Simulasi dari desain sistem kendali menggunakan kendali LQR dan LQG dengan *input* berupa gundukan dan PSD yang digunakan untuk mendapatkan respon getaran dan performa dari VGS. Hasil simulasi berupa nilai RMS.

### Analisis dan Kesimpulan

Setelah hasil dari simulasi diperoleh, maka dilakukan analisis performa suspensi berupa percepatan *sprung-mass*, defleksi suspensi, dan deformasi ban. Analisis performa tersebut menggunakan *time response* dari sistem dan nilai *comfort gain*.

### Selesai

Setelah pengambilan kesimpulan selesai, maka dapat dibuat untuk laporan Tesis.

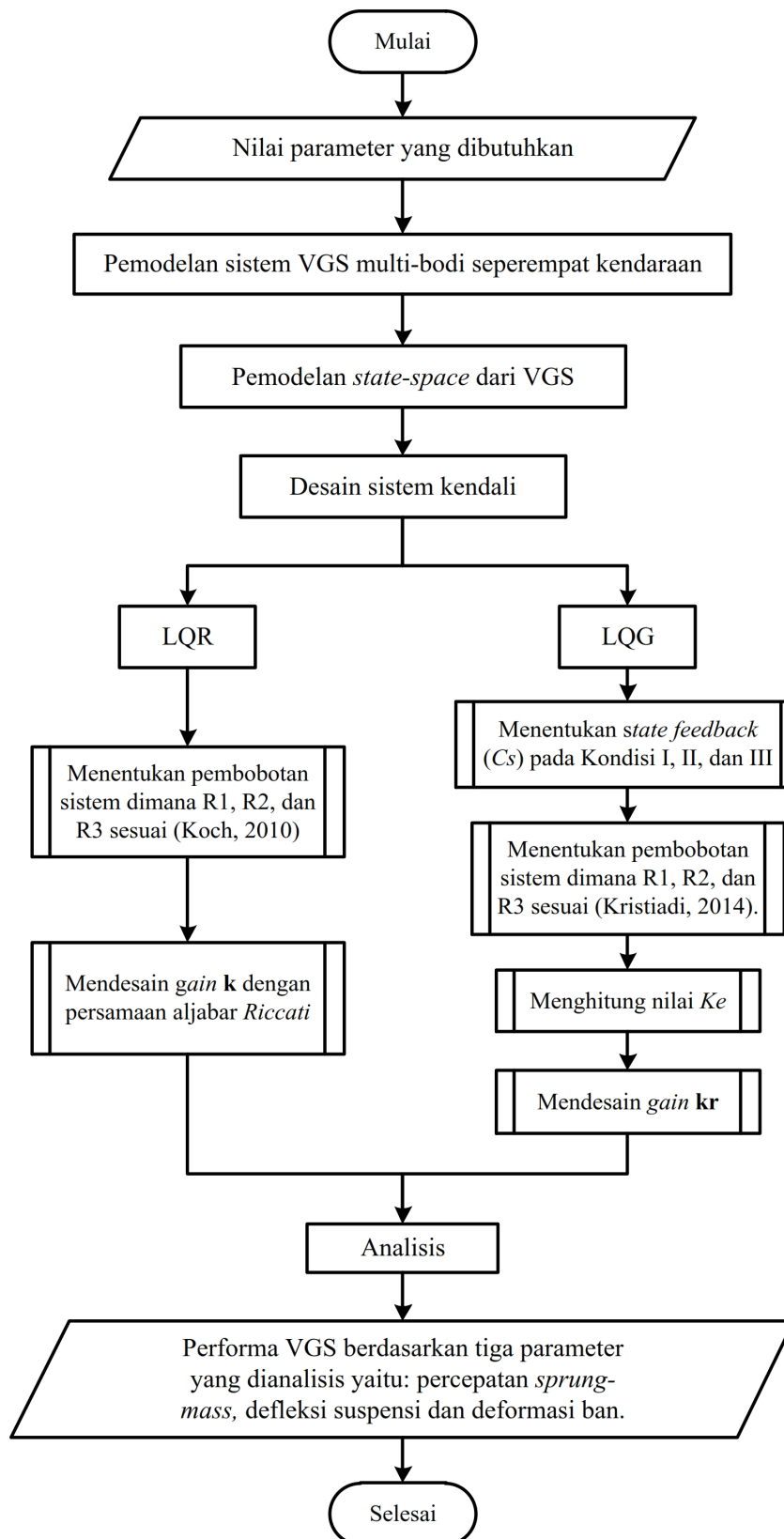
### 3.2 Diagram Alir Desain Sistem Kendali VGS

Dalam mendesain sistem kendali dari VGS, dibutuhkan sebuah alur atau tahapan-tahapan agar dalam melakukan desain sistem kendali dapat dilakukan secara berurutan. Maka, tahapan-tahapan tersebut akan diuraikan dengan menggunakan diagram yang dapat dilihat pada Gambar (3.2).

### 3.3 Prosedur Desain, Simulasi, dan Analisis VGS

Langkah-langkah dalam mendesain, men-simulasi, dan menganalisis respon dari VGS dengan kendali LQR dan LQG sebagai metode kendalinya adalah sebagai berikut:

1. Menentukan parameter data dari kendaraan berupa massa kendaraan, nilai kekakuan pegas, massa suspensi, kekakuan ban dan parameter lainnya sesuai penelitian (Balike dkk, 2011) yang dapat dilihat pada Tabel 3.2.
2. Merumuskan persamaan gerak dengan metode *Lagrange's* untuk multi-bodi sistem VGS, sedangkan untuk model linear menggunakan Hukum II Newton. Model multi-bodi menggunakan persamaan (2.16) dan (2.17), sedangkan pada model linear VGS menggunakan persamaan (2.19) dan (2.20).
3. Persamaan gerak linear tersebut kemudian diselesaikan dengan metode pemodelan *state-space* dengan menggunakan kendali LQR dan LQG dan dapat dilihat pada persamaan (2.22), (2.23), dan (2.24).
4. Model *road disturbance* menggunakan persamaan (2.27) untuk *Bumpy Road* sesuai (Chen and Guo, 2005) dimana, nilai  $H = 0,1$  m,  $l = 5$  m dan kecepatan kendaraan  $v = 45$  km/h.
5. Model ketidakrataan jalan (*white noise*), dengan memasukkan nilai  $A = 4,9 \times 10^{-6}$  m dan memvariasikan nilai kecepatan kendaraan dari 5-100 km/h untuk mendapatkan nilai RMS dari VGS.
6. Membuat blok diagram pada perangkat lunak untuk model multi-bodi dan model linear dengan pemodelan *state-space* serta model *road disturbance* yang digunakan untuk *input* sistem.



Gambar 3.2: Diagram Alir Desain Sistem Kendali pada VGS.

7. Melakukan simulasi pada sistem multi-bodi, kemudian membandingkan dengan hasil simulasi dari pemodelan *state-space* untuk mendapatkan nilai  $\gamma_k$  dan  $\gamma_c$  dari sistem VGS.
8. Menentukan nilai pembobotan sistem sesuai dengan (Koch dkk, 2010) dapat dilihat pada Tabel 3.1 untuk desain kendali LQR. Dalam penyelesaiannya juga menggunakan persamaan (2.34), sehingga nantinya akan didapatkan nilai *gain*  $k$  pada masing-masing variasi pembobotannya.
9. Pada kendali LQG, penentuan *state output* atau kondisi pengukuran harus dilakukan sebelum desain kendali LQG. Kondisi pengukuran yang digunakan adalah dengan 3 kondisi: Kondisi I (percepatan *sprung-mass*), Kondisi II (defleksi suspensi), dan Kondisi III (percepatan *sprung-mass* dan defleksi suspensi). Dalam pembobotan sistem LQG sesuai penelitian (Kristiadi, 2014), dengan  $r_1$ ,  $r_2$ , dan  $r_3$  bernilai masing-masing 1, 1126, dan 53509.
10. Menentukan nilai *gain*  $k_r$  setelah pembobotan sistem ditentukan yang sesuai dengan (Kristiadi, 2014). Kemudian mendesain nilai  $K_e$  pada tiap-tiap pengukuran dengan bantuan persamaan (2.34) dan perangkat lunak simulasi.
11. Menganalisis respon *input* berupa *bumpy road* untuk membandingkan variasi pembobotan pada kendali LQR dan variasi kondisi pengukuran pada LQG.
12. Menganalisis respon *input* berupa ketidakrataan jalan (PSD) pada kendali LQR dan LQG untuk mendapatkan nilai RMS dengan persamaan (2.37) yang nantinya akan dibandingkan serta ditinjau pada ISO 2631.
13. Melakukan normalisasi terhadap *output* simulasi dengan *input* PSD yang telah didapat dengan persamaan (2.38).
14. Menghitung nilai *comfort gain* untuk mengetahui performa dari kendali LQR dan LQG pada VGS dengan persamaan (2.39).

### 3.4 Metode Pembobotan

Dalam mendesain kendali *Linear Quadratic*, terlebih dahulu menentukan bobot yang akan digunakan untuk masing-masing *output* dari sistem/*plant*. Bobot digunakan untuk memberikan prioritas pada *output* mana yang sebaiknya memiliki prioritas lebih untuk ditingkatkan performanya, yang dalam hal ini adalah performa dari

Tabel 3.1: Pembobotan pada Kendali LQR (Koch dkk, 2010).

Pembobotan ( $r$ )	$J_1$	$J_2$
$r_1$	1	1
$r_2$	1162	96
$r_3$	53509	1531

Tabel 3.2: Nilai Parameter pada Kendaraan (Balike dkk, 2011).

Model Parameter	Simbol	Nilai	Unit
Massa 1/4 kendaraan	$m_s$	439,38	kg
Massa suspensi	$m_u$	42,27	kg
Rasio massa	$\rho = m_u/m_s$	0,0962	-
Kekakuan pegas suspensi	$k_s$	38.404	N/m
Kekakuan ban	$k_t$	200.000	N/m
Peredam suspensi	$c_s$	3593,4	Ns/m
Peredam dari ban	$c_t$	352,27	Ns/m
Massa inertia ban pada sumbu $x - axis$	$I_{ux}$	1,86	kgm <sup>2</sup>
Kekakuan ban arah lateral	$k_{tl}$	100.000	N/m
Radius efektif dari ban	$R$	0,35	m

sistem suspensi. Pada penelitian ini, sesuai (Koch dkk, 2010) dengan menggunakan tiga variabel dalam pembobotannya yaitu pada  $r_1$ ,  $r_2$ , dan  $r_3$ .

Pada kendali LQR, pembobotan dilakukan variasi sesuai (Koch dkk, 2010) dengan nilai pembobotan indeks  $J$  dapat dilihat pada Tabel 3.1. Pada kendali LQG, tidak hanya pembobotan pada *output* yang dilakukan, namun diperlukan juga untuk pembobotan pada setiap *state* yang menjadi *feedback* pada bagian estimator/observer yang dilambangkan dengan  $Vn$ . Dalam penelitian ini, sesuai (Kristiadi, 2014) yaitu dengan memvariasikan sensor yang digunakan sebagai *feedback*, sehingga didapatkan nilai  $Vn_1$ ,  $Vn_2$ , dan  $Vn_3$  yang merepresentasikan nilai  $Vn$  pada kondisi I (Sensor I), II (Sensor II), dan III (Sensor I&II). Kondisi pengukuran tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.10(a) untuk kondisi I dengan memberikan sensor percepatan pada *sprung-mass*, Gambar 4.10(b) untuk kondisi II dengan penggunaan sensor yang diletakkan pada suspensi berupa sensor perpindahan, dan yang terakhir kondisi III yang dapat dilihat pada Gambar 4.10(c) yaitu menggabungkan kondisi I dan II.

## Bab 4

# HASIL DAN PEMBAHASAN

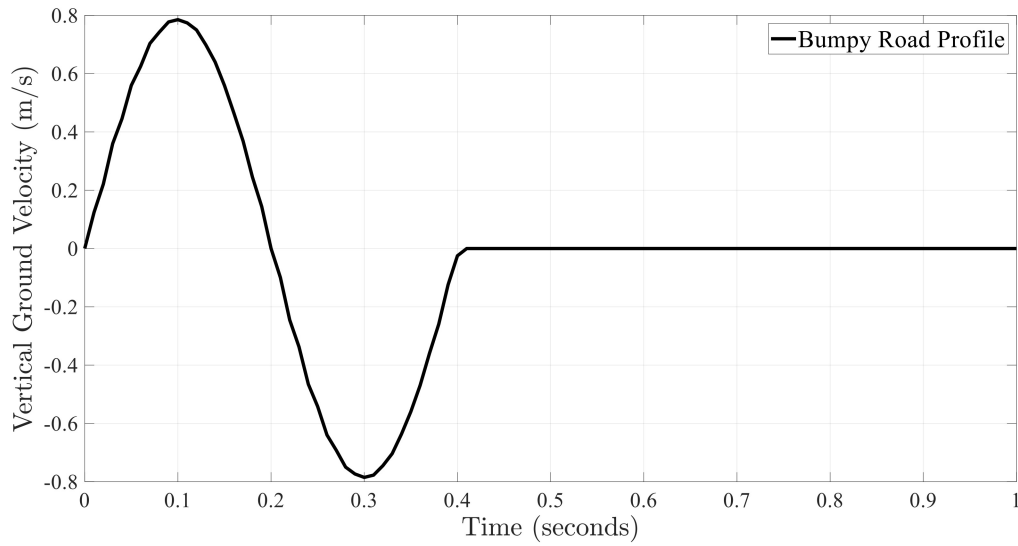
### 4.1 Deskripsi Umum

Pada bab ini dibahas mulai dari menentukan sinyal *input* yang digunakan dalam menganalisis respon dari sistem VGS dengan kendali LQR dan LQG. Kemudian membandingkan hasil respon dari pemodelan multi-bodi dengan model *state-space* untuk menentukan nilai  $k_{eq}$  dan  $c_{eq}$  dari sistem VGS. Kedua nilai tersebut digunakan untuk mendesain sistem kendali LQR dan LQG dengan pemodelan *state-space*. Pada LQR, menentukan desain *gain*  $k$  pada masing-masing variasi pembobotan, sedangkan pada LQG desain *gain*  $K_e$  pada masing-masing kondisi pengukuran dan desain  $k_r$  sesuai *gain*  $k$  pada LQR dengan  $J_1$ . Setelah parameter *gain*  $k$  telah didapatkan, dilanjutkan dengan menganalisis respon dari sistem dengan diberikan gangguan *bumpy road* (gundukan) lalu dengan *Power Spectral Density* (*white noise*) berupa ketidakrataan jalan untuk mendapatkan nilai RMS dan *Comfort Gain* dari VGS. Kemudian membandingkan hasil nilai *Comfort Gain* yang didapatkan dari sistem yang menggunakan pengendali LQR dan LQG.

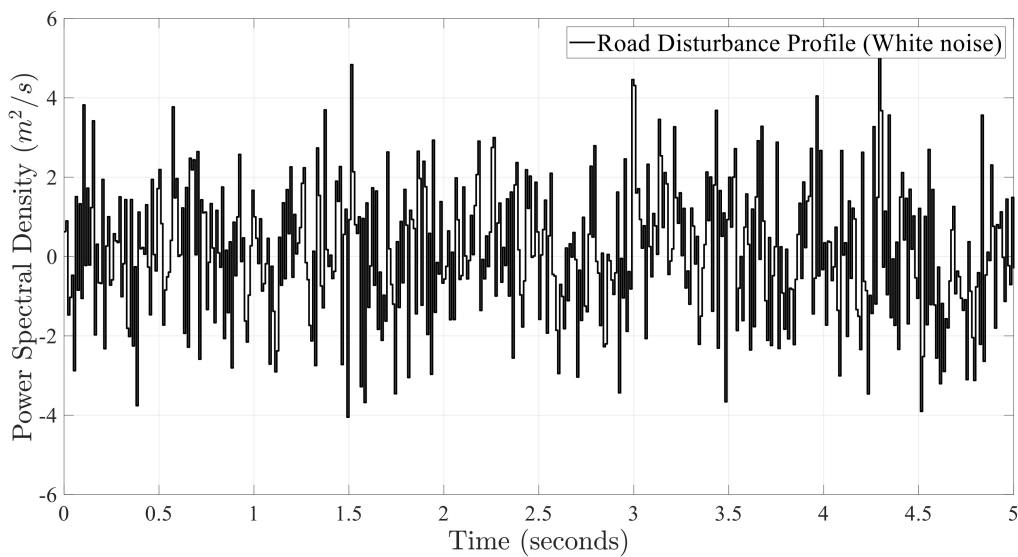
Model sinyal *input* gundukan dibuat dari sinyal sinusoidal setengah periode menggunakan persamaan (2.27), sehingga didapatkan sinyal berbentuk gundukan dengan *magnitude* maksimal sebesar 10 cm dengan selang waktu sebesar 0,4 detik. Namun, pada penelitian ini menggunakan *input* berupa *vertical ground velocity*, maka sinyal gundukan menjadi seperti pada Gambar 4.1. Sinyal *input* ketidakrataan jalan menggunakan persamaan (2.28) dapat dilihat pada Gambar 4.2 dengan selang waktu sebesar 30 detik dan *sampling time* sebesar 0,01 detik. Sinyal gundukan digunakan untuk menganalisis performa VGS, sedangkan *input* PSD digunakan untuk mendapatkan nilai RMS yang nantinya memvariasikan parameter kecepatan dari 5-100 km/h serta untuk mendapatkan nilai *Comfort Gain* dari VGS.

### 4.2 Blok Diagram Sistem VGS

Pemodelan blok diagram dari sistem VGS mengacu pada Gambar 2.4(a) untuk model multi-bodi dengan pendekatan *kineto-dynamic* sesuai (Balike dkk, 2011), sedangkan pada model *linear equivalent modelling* mengacu pada Gambar 2.4(b).



Gambar 4.1: Sinyal *Input* Berupa *Bumpy Road*.



Gambar 4.2: Sinyal *Input* Berupa Ketidakrataan Jalan (*Random/white noise*).



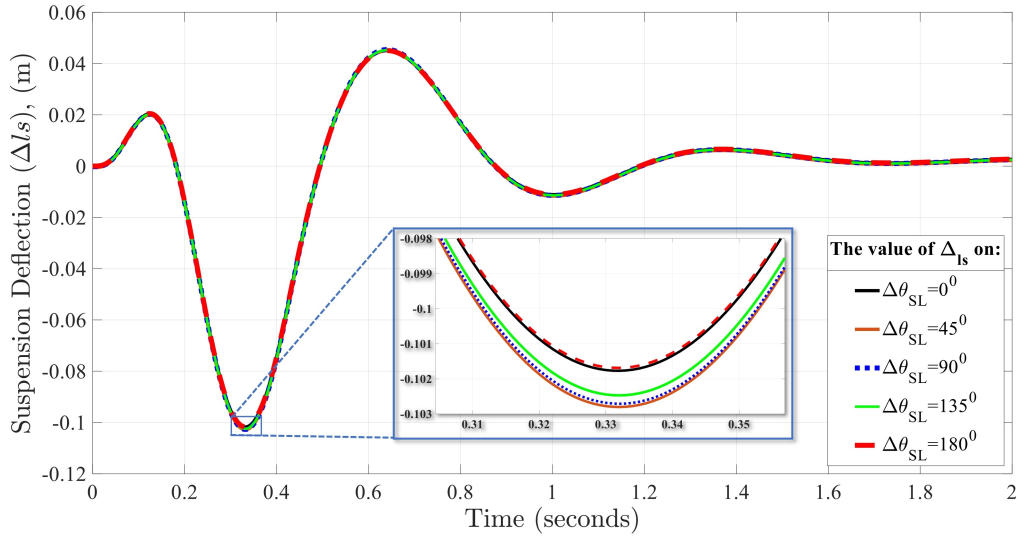
Pemodelan dengan blok diagram digunakan untuk memudahkan dalam mendesain sistem dinamis dan sistem kendali. Dalam penelitian ini, sebelum mendesain sistem kendali, terlebih dahulu membuat sistem pasif dari VGS sesuai persamaan (2.16) dan (2.17) untuk model multi-bodi, sedangkan pada model linear-nya menggunakan persamaan (2.19) dan (2.20). Persamaan model linear kemudian diselesaikan ke persamaan pemodelan *state-space* yang digunakan untuk mendesain sistem kendali dari LQR dan LQG.

Blok diagram dari LQR dapat dilihat pada Gambar 2.7(a) dengan penambahan blok *feedback* pada *plant* dari VGS, sehingga blok tersebut memiliki nilai yang berbeda-beda karena bergantung pada nilai pembobotan dari indeks performansi ( $J$ ) yang ditentukan. Pada penelitian ini, dilakukan dua variasi terhadap nilai ( $J$ ), sehingga nilai *gain*  $k$  pada LQR akan berbeda. Pada LQG seperti pada Gambar 2.7(b) dengan struktur hampir sama dan terdapat blok *estimator/observer* pada blok diagram dari LQG, sehingga nilai  $Ke$  akan berbeda-beda pada tiap kondisi pengukuran. Namun, *gain*  $k$  pada LQG yang dinotasikan dengan  $k_r$  menggunakan nilai dari *gain* LQR pada pembobotan  $J_1$ .

### 4.3 Analisis Model Multi-bodi VGS

Model multi-bodi pada penelitian ini digunakan untuk mendapatkan sistem VGS yang mendekati sistem yang sebenarnya, dengan memperhitungkan konstruksi suspensi, momen inersia ban, dan defleksi arah lateral dari ban. Setelah blok diagram sistem multi-bodi VGS dibuat dan disimulasikan dengan *input* berupa *bumpy road*, didapatkan respon berupa performa dari sistem suspensi (percepatan *sprung-mass*, defleksi suspensi, dan deformasi ban). Pada sistem pasif dari VGS dengan penambahan *single-link* sebesar 11 mm yang sesuai (Yu dkk, 2017) didapatkan nilai defleksi suspensi yang berubah-ubah terhadap variasi nilai  $\Delta\theta_{SL}$ . Hasil respon terhadap nilai defleksi suspensi sesuai Gambar 4.3 didapatkan dengan persamaan 2.10 dengan variasi sudut  $\Delta\theta_{SL}$  sebesar  $0^\circ - 180^\circ$ . Pada Gambar 4.3 terdapat perubahan nilai defleksi suspensi dengan *range* 2 mm dengan nilai defleksi terendah pada  $\Delta\theta_{SL}$  sebesar  $0^\circ$  dan  $180^\circ$ , sedangkan yang tertinggi antara sudut  $45^\circ - 90^\circ$ . Oleh karena itu, sesuai juga pada penelitian (Yu dkk, 2017) dimana mengasumsikan dalam mendesain sistem multi-bodi VGS dengan  $\Delta\theta_{SL}$  sebesar  $90^\circ$ .

Hasil dari pemodelan multi-bodi VGS dengan  $\Delta\theta_{SL}$  sebesar  $90^\circ$  dapat dilihat pada Gambar 4.4, 4.5, dan 4.6. Didapatkan perbedaan nilai percepatan *sprung-mass* sebesar  $1 \text{ m/s}^2$  terhadap model konvensional, sedangkan pada defleksi suspensi dan deformasi ban masing-masing 15 mm dan 6 mm. Pada penelitian ini juga memban-

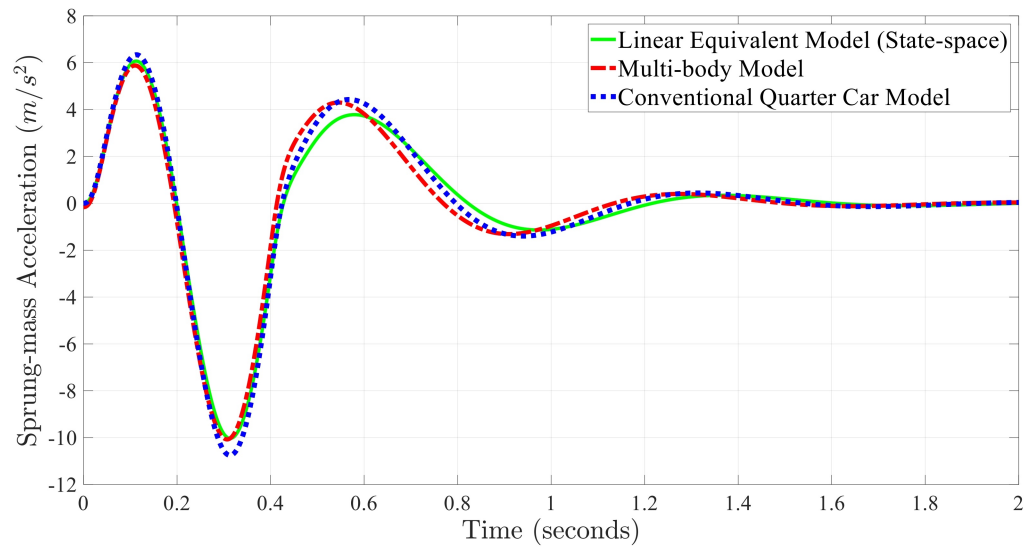


Gambar 4.3: Defleksi Suspensi dengan Berbagai Variasi Sudut ( $\Delta\theta_{SL}$ ).

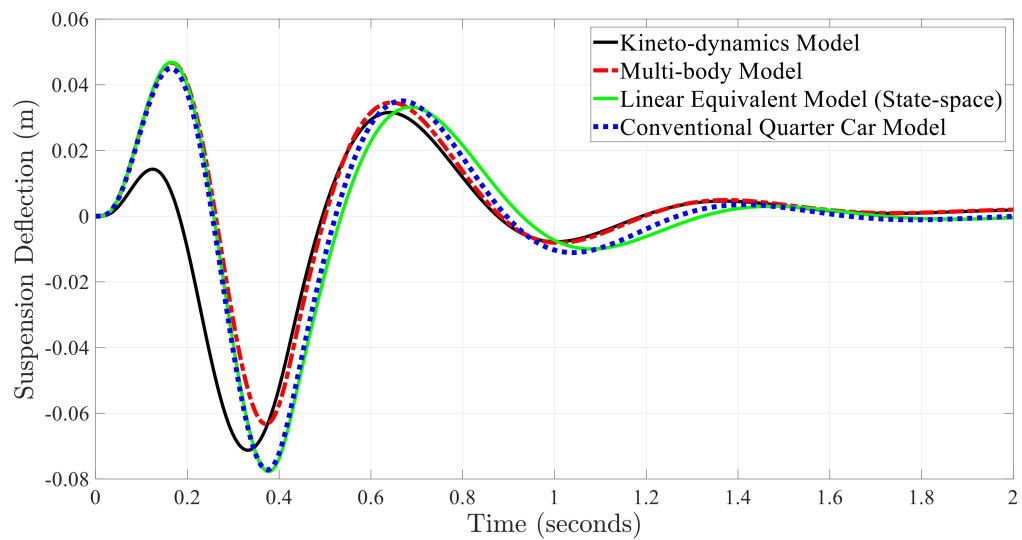
dingkan nilai defleksi suspensi yang menggunakan persamaan (2.10) yang disebut model *kineto-dynamic* dengan pemodelan multi-bodi yang dapat dilihat pada Gambar 4.5, dengan respon hasilnya sangat berbeda pada selang waktu 0 sampai 0,4 detik, kemudian berhimpit hingga dalam keadaan *steady*. Hal ini disebabkan pada model *kineto-dynamics* dalam persamaannya tidak memperhitungkan nilai dari  $z_u$  dan  $z_r$ .

#### 4.3.1 Menentukan nilai *equivalent*

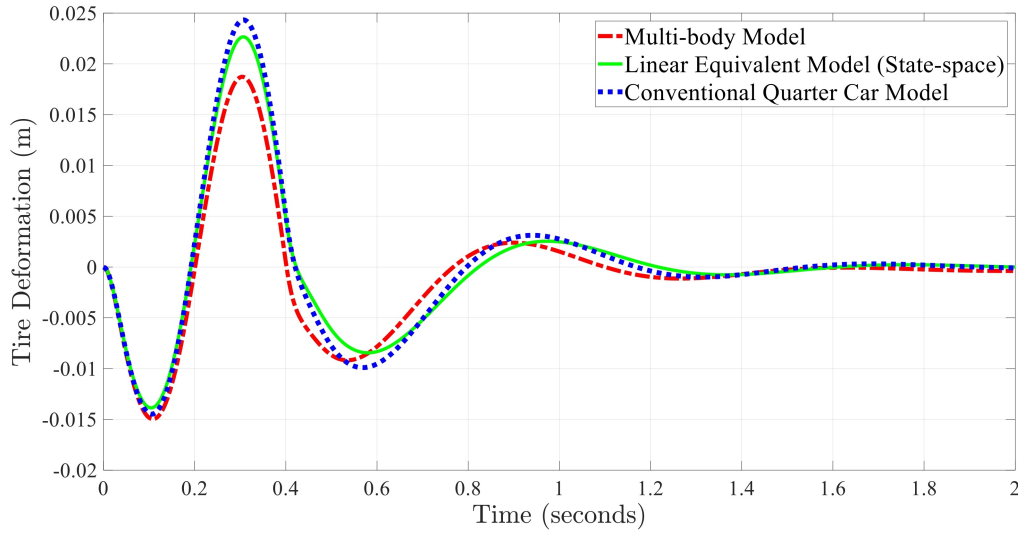
Pada Gambar 4.4 dapat dilihat bahwa terdapat garis berwarna hijau *solid* yang merupakan hasil respon dari model *linear equivalent modelling* dengan pemodelan *state-space*. Respon tersebut didapatkan dengan menentukan nilai *equivalent* pada konstanta  $k_s$  dan  $c_s$  pada model multi-bodi yang sesuai juga pada penelitian (Yu dkk, 2017). Namun pada penelitian ini, nilai *equivalent* didapatkan dengan persamaan (2.18). Nilai  $\gamma_k$  dan  $\gamma_c$  didapatkan dengan bantuan simulasi model konvensional dari VGS sampai didapatkan respon model linear berhimpit pada model multi-bodi seperti yang terlihat pada Gambar 4.4, sehingga didapatkan nilai  $\gamma_k$  sebesar 0,89 dan  $\gamma_c$  sebesar 0,95. Model *linear equivalent* dengan pemodelan *state-space* nantinya digunakan untuk mendesain sistem kendali LQR dan LQG pada sistem VGS.



Gambar 4.4: Perbedaan Respon Percepatan *Sprung-mass* VGS pada Berbagai Pe-modelan.



Gambar 4.5: Perbedaan Respon Defleksi Suspensi VGS pada Berbagai Pemodelan.



Gambar 4.6: Perbedaan Respon Deformasi Ban VGS pada Berbagai Pemodelan.

#### 4.4 Menentukan Parameter Kendali

Setelah sinyal *input* yang akan digunakan untuk menganalisis respon sistem dengan bantuan perangkat lunak dibuat. Kemudian model linear dari pemodelan *state-space* juga sudah dibuat, maka *gain* parameter dari kendali dapat didesain sesuai dengan algoritma masing-masing. Pada kendali LQR, parameter kendali ( $k$ ) didapatkan menggunakan persamaan (2.32) dan (2.33) dengan menentukan nilai matrik dari  $R$  dan  $P$ , pada matrik  $P$  diperoleh dari persamaan aljabar *Riccati* (2.34). Di-karenakan matrik sistem VGS sebesar  $5 \times 5$ , sehingga dalam mendesain kendali dari LQR menggunakan bantuan perangkat lunak. Didapatkan *gain*  $k$  pada variasi indeks performansi ( $J$ ) dengan  $k_1$  untuk  $J_1$  dan  $k_2$  untuk  $J_2$ , maka nilainya sebagai berikut:

$$k_1 = \begin{bmatrix} -0.1086 & -0.6789 & 5.6293 & 5.2223 & -10.0149 \end{bmatrix}^T \quad (4.1)$$

$$k_2 = \begin{bmatrix} 0.4350 & -0.9757 & 8.7544 & -0.9287 & -10.0149 \end{bmatrix}^T \quad (4.2)$$

Desain parameter kendali LQG hampir sama dengan LQR, namun terlebih dahulu mendesain *gain estimator* ( $Ke$ ) dari *observer* sistem VGS. *Gain* tersebut didapatkan dengan menentukan matrik *output* pengukuran ( $Cs$ ) dimana pada penelitian ini memvariasikan jumlah sensor yang digunakan dalam mendesain kendali LQG pada sistem VGS. Setelah matrik  $Cs$  diperoleh, kemudian menentukan nilai faktor *covariance noise* ( $Vn$ ) dan *disturbance* ( $w$ ), sehingga nantinya akan didapatkan *ga-*

in dari *estimator* LQG dengan bantuan perangkat lunak. Nilai  $w$  didapatkan sesuai dengan persamaan (2.29), sedangkan nilai  $Vn$  diperoleh dari bantuan simulasi dari *plant* VGS dengan memperhatikan hasil respon dari VGS dengan nilai  $Vn$  pada masing-masing kondisi pengukuran sebagai berikut:

$$Vn_1 = [0.01], \quad Vn_2 = [100], \quad \text{dan} \quad Vn_3 = \begin{bmatrix} 0.01 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Kemudian didapatkan nilai  $Ke$  pada tiap-tiap kondisi pengukuran pada sistem VGS dengan kendali LQG sebagai berikut:

$$Ke_1 = \begin{bmatrix} -4.54 \times 10^{-4} & 7.2399 & -4.3628 & -1.4332 & -0.0837 \end{bmatrix}^T \quad (4.4)$$

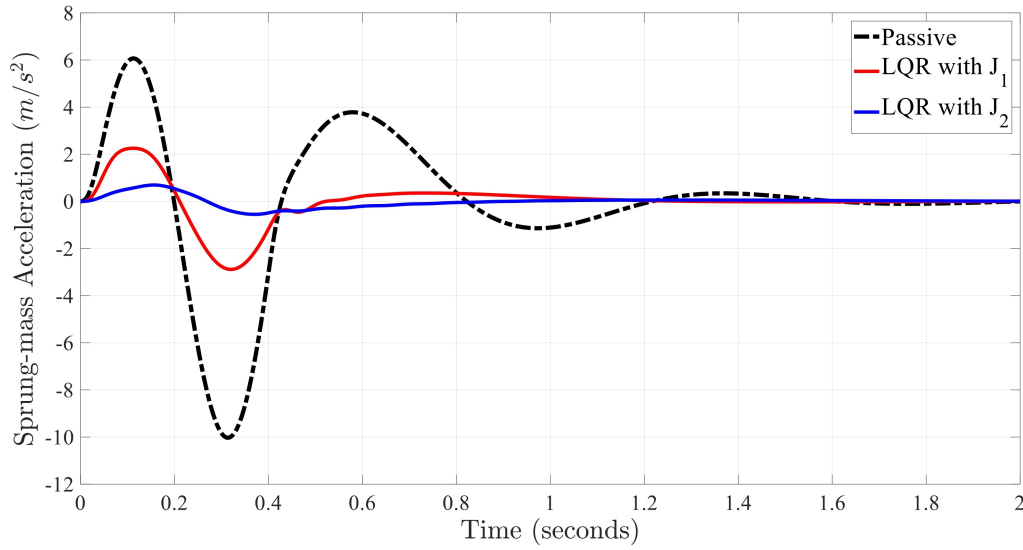
$$Ke_2 = \begin{bmatrix} -6.37 \times 10^{-5} & -3.33 \times 10^{-4} & 0.028 & 3.78 \times 10^{-5} & -0.0278 \end{bmatrix}^T \quad (4.5)$$

$$Ke_3 = \begin{bmatrix} 0.0092 & 7.2423 & -3.9771 & -1.4332 & 0.3027 \\ 0.0014 & 3.42 \times 10^{-4} & 0.0275 & 8.9 \times 10^{-7} & 0.0276 \end{bmatrix}^T \quad (4.6)$$

dengan nilai *gain*  $k_r$  pada LQG menggunakan nilai pada desain kendali LQR yaitu pada nilai  $k_1$  sesuai (Koch dkk, 2010) pada semua kondisi pengukuran.

#### 4.4.1 Kendali LQR

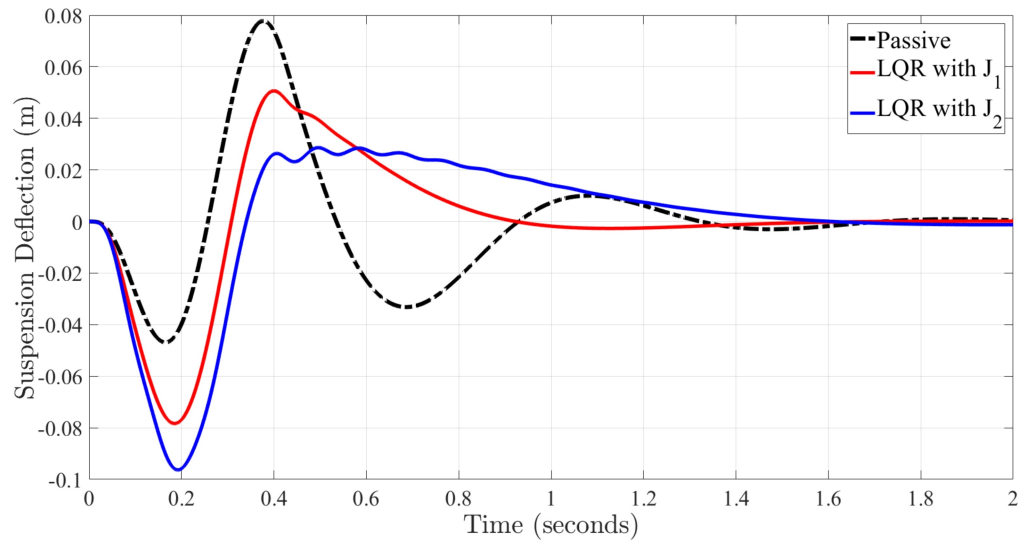
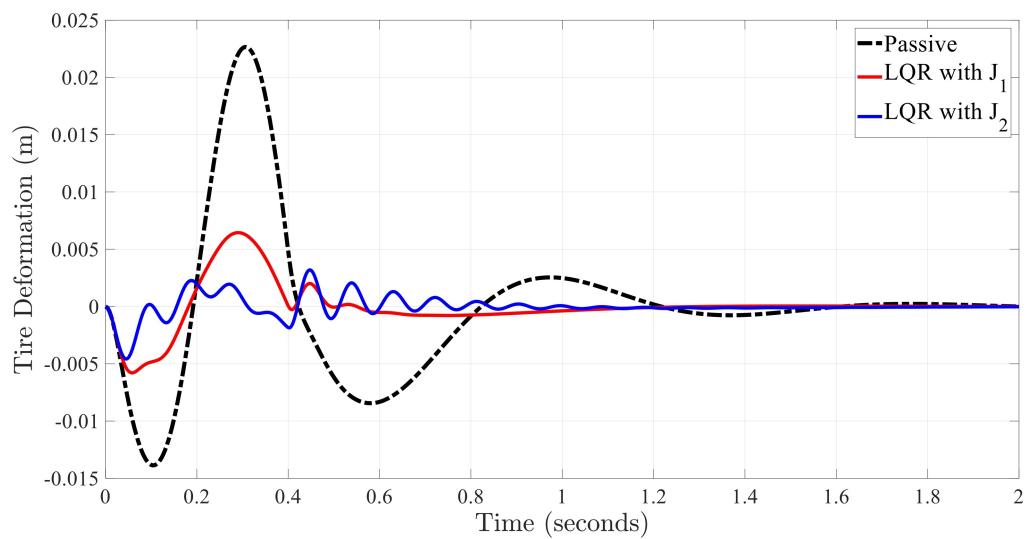
Setelah desain parameter kendali LQR didapatkan, maka dengan menggunakan sinyal *input* berupa gundukan dapat dilakukan analisis dari respon pada *output* sistem VGS. Respon *output* pertama yang ditinjau adalah pada percepatan *sprung-mass* yang dapat dilihat pada Gambar 4.7. Pada Gambar 4.7 bahwa garis hitam putus-putus adalah respon dari suspensi VGS tanpa kendali (pasif) yang memiliki percepatan *sprung-mass* maksimal pada 6-10 m/s<sup>2</sup> dan mulai *steady* pada 2 detik. Pada garis merah *solid*, merupakan respon VGS dengan kendali LQR pada variasi  $J_1$  yang memiliki percepatan 2-3 m/s<sup>2</sup> dan *steady* pada 1 detik, sedangkan pada LQR dengan variasi  $J_2$  yang diwakilkan dengan garis biru *solid* sangat baik dibandingkan dengan sistem pasif dengan percepatan *sprung-mass* sebesar 1 m/s<sup>2</sup> dengan

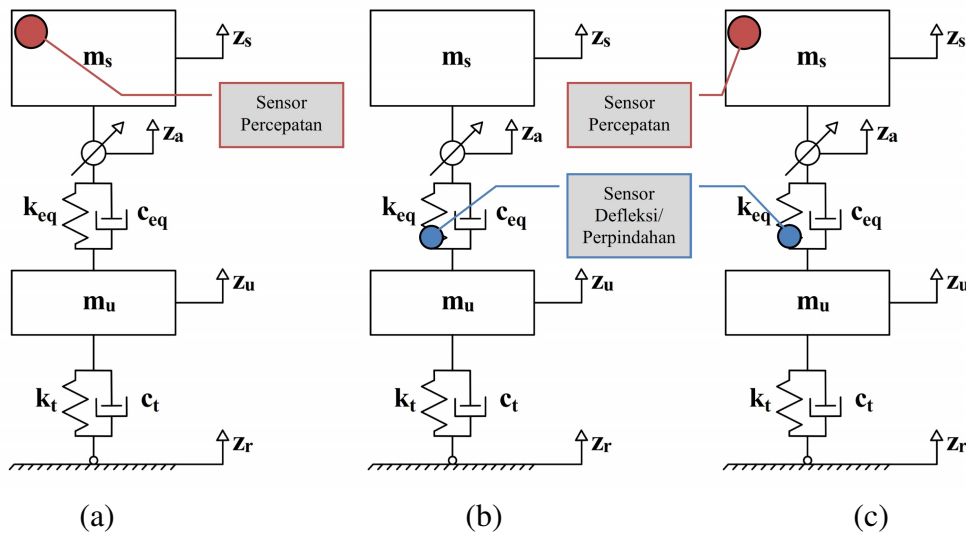


Gambar 4.7: Respon *Output* Percepatan *Sprung-mass* dengan LQR.

waktu *steady* sebesar 0,4 detik. Dari penelitian (Yu dkk, 2017) dengan menggunakan kendali  $H_\infty$  didapatkan penurunan percepatan *sprung-mass* dari 3,5 m/s<sup>2</sup> menjadi 2,5 m/s<sup>2</sup>.

Pada Gambar 4.8 didapatkan respon defleksi suspensi, pada VGS pasif berosilasi hingga *steady* pada selang waktu selama 2 detik dengan defleksi maksimal 5-8 cm, sedangkan pada LQR dengan  $J_1$  tidak berosilasi setelah 0.4 detik dan respon langsung turun secara polinomial hingga *steady* pada detik pertama dan defleksi maksimalnya 5-8 cm. Berbeda dengan LQR dengan  $J_2$  dimana defleksi maksimalnya hampir 10 cm dan *steady* dengan selang waktu 1.8 detik tanpa osilasi. Pada Gambar 4.9 dapat dilihat *output* VGS berupa deformasi ban. Deformasi ban pada VGS pasif berosilasi hingga 2 detik dengan deformasi maksimal 13-23 mm, sedangkan pada LQR dengan  $J_1$  tidak berosilasi dengan deformasi sebesar 7 mm dan *steady* pada selang waktu 1,2 detik. Pada LQR dengan  $J_2$ , hasil *output*-nya berosilasi namun pada *range* deformasi sebesar 5 mm dan *steady* pada 1,2 detik. Pada penelitian (Yu dkk, 2017), penurunan respon dari defleksi suspensi sebesar 0,1 cm dengan *input* berupa sinusoidal, sedangkan pada deformasi ban tidak dimunculkan dari penelitian (Yu dkk, 2017). Oleh karena itu, penelitian ini mengacu pada penelitian (Koch dkk, 2010), bahwasanya acuan keamanan pada deformasi ban maksimal sebesar  $\pm 2,3$  cm.

Gambar 4.8: Respon *Output* Defleksi Suspensi dengan LQR.Gambar 4.9: Respon *Output* Deformasi Ban dengan LQR.



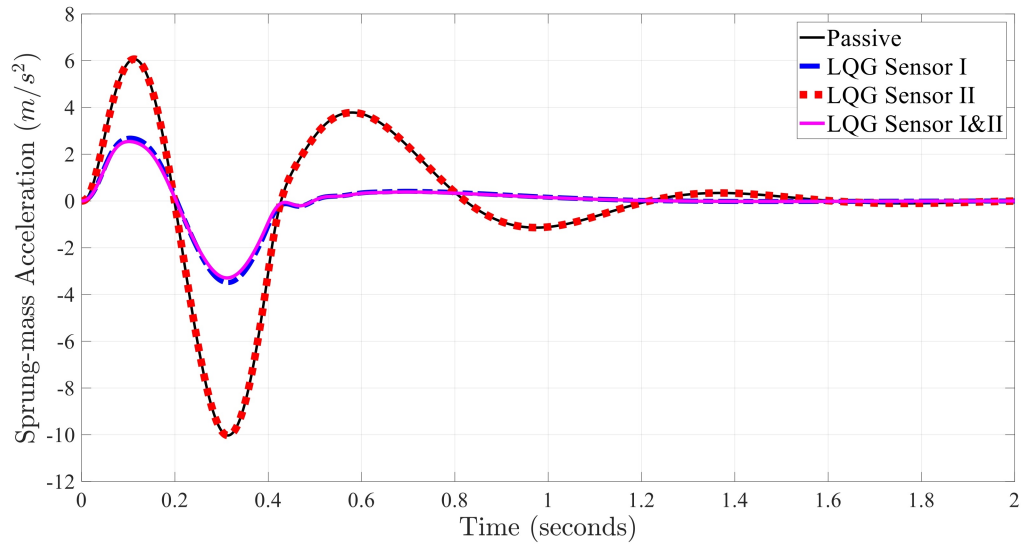
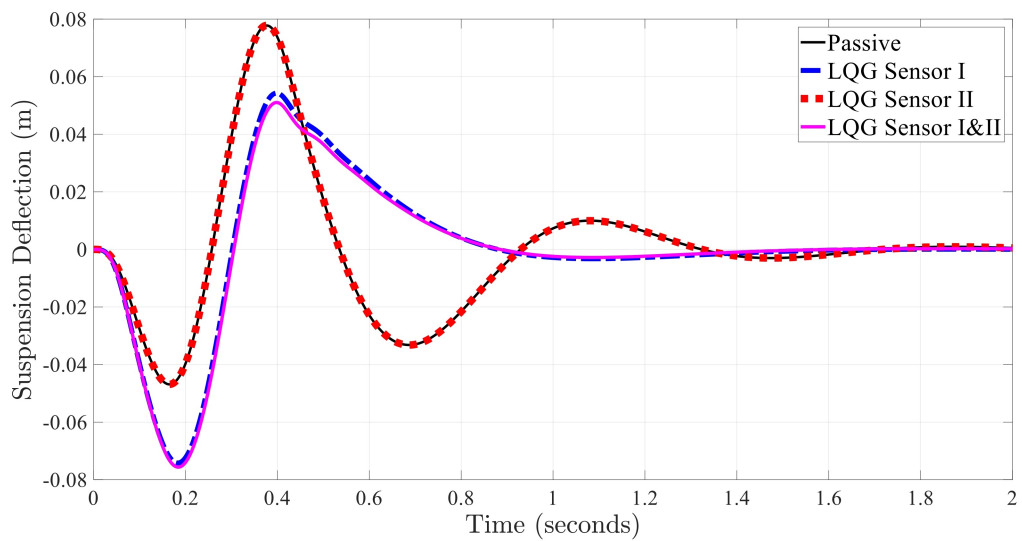
Gambar 4.10: Pengukuran pada LQG: a) Kondisi I, b) Kondisi II, c) Kondisi III.

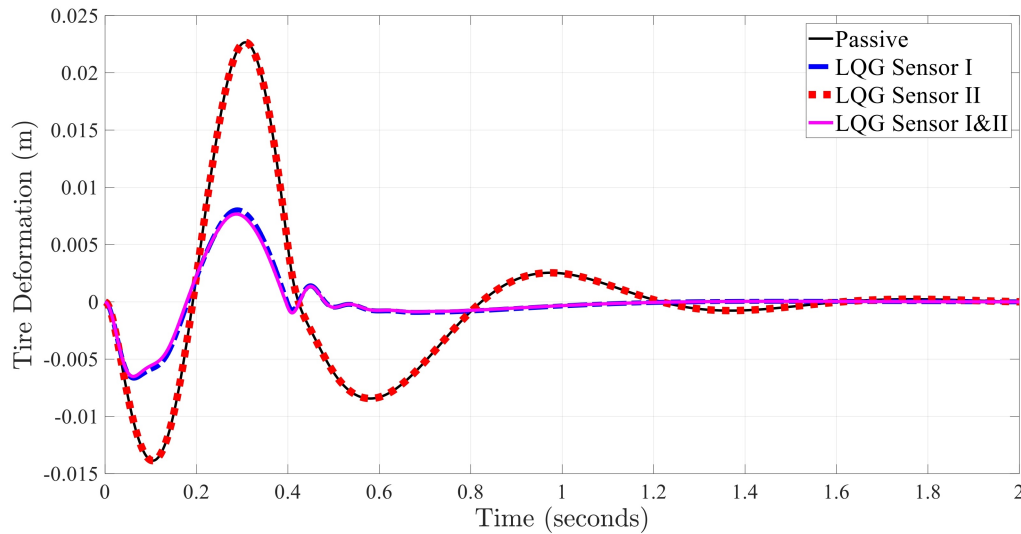
#### 4.4.2 Kendali LQG

Pada penelitian ini memvariasikan jumlah sensor (pengukuran) yang digunakan pada desain LQG dengan 3 kondisi yang dapat dilihat pada Gambar 4.10 yaitu: kondisi I menggunakan 1 sensor (percepatan *sprung-mass*), kondisi II menggunakan 1 sensor (defleksi suspensi) dan kondisi III adalah penggabungan kondisi I dan II (percepatan *sprung-mass* dan defleksi suspensi), variasi jumlah sensor pada desain LQG juga dilakukan oleh (Kristiadi, 2014). Respon *output* dari sistem VGS menggunakan kendali LQG dapat dilihat pada Gambar 4.11, 4.12, dan 4.13 dengan garis tipis warna hitam merepresentasikan respon sistem pasif, kemudian warna biru putus-putus adalah LQG kondisi I sedangkan warna merah dengan garis putus-putus adalah LQG kondisi II dan garis solid warna ungu adalah LQG kondisi III. Pada ketiga gambar tersebut dapat dilihat bahwa respon dari sistem VGS pasif sama dengan LQG kondisi II, sedangkan pada LQG kondisi I berhimpit dengan LQG kondisi III dengan respon lebih baik pada LQG kondisi III.

Nilai percepatan *sprung-mass* dari sistem VGS dengan kendali LQG didapatkan sebesar  $3 \text{ m/s}^2$  dan tidak berosilasi serta *steady* pada 1,2 detik untuk respon LQG kondisi I dan III. Kemudian pada defleksi suspensi sebesar 5-7 cm dengan berbeda 0,3 cm antara kondisi I dan III dan responnya tidak berosilasi serta dapat *steady* pada 1,6 detik. Pada *output* berupa deformasi ban dari VGS dengan kendali LQG didapatkan deformasi sebesar 7-8 mm dan dapat *steady* pada selang waktu 1,2 detik. Pada kendali LQG dapat diamati bahwasanya respon dari kondisi I dan III hampir sama dengan VGS menggunakan kendali LQR dengan  $J_1$ .



Gambar 4.11: Respon *Output* Percepatan *Sprung-mass* dengan LQG.Gambar 4.12: Respon *Output* Defleksi Suspensi dengan LQG.

Gambar 4.13: Respon *Output* Deformasi Ban dengan LQG.Tabel 4.1: *Time Response* VGS dengan *Input* Gundukan dengan Kendali LQR dan LQG pada *Output* Percepatan *Sprung-mass*.

No.	Kendali	Amplitudo ( $\text{m/s}^2$ )	<i>Settling time</i> (s)	Osilasi
1.	Pasif	10	2	Ya
2.	LQR dengan $J_1$	2,8	1	Tidak
3.	LQR dengan $J_2$	0,69	1	Tidak
4.	LQG sensor I	3,5	1,2	Tidak
5.	LQG sensor II	10	2	Ya
6.	LQG sensor I & II	3,3	1,2	Tidak

## 4.5 Analisis Unjuk Kerja sistem VGS

Setelah didapatkan hasil respon dari sistem VGS dengan kendali LQR dan LQG dengan gangguan berupa gundukan yang dapat dilihat pada Tabel 4.1, 4.2, dan 4.3, sehingga dalam menganalisis responnya lebih mudah. Kemudian, untuk menganalisis unjuk kerja sistem VGS dengan kendali LQR dan LQG digunakanlah *input* berupa sinyal *random/white noise* yang merepresentasikan ketidakrataan jalan. Hasil *output* dari penggunaan *input* tersebut adalah nilai acak dari sistem yang nantinya disederhanakan dengan menggunakan persamaan (2.37) yakni nilai RMS (*root mean square*) pada ketiga *output* dari sistem VGS. Pada penelitian ini juga memvariasikan kecepatan kendaraan dari 5 sampai 100 km/h, sehingga nanti didapatkan grafik nilai RMS dengan berbagai kecepatan dan nilai tersebut dibandingkan antara sistem pasif dengan kendali LQR dan LQG.

Tabel 4.2: *Time Response* VGS dengan *Input* Gundukan dengan Kendali LQR dan LQG pada *Output* Defleksi Suspensi.

No.	Kendali	Amplitudo (m)	<i>Settling time</i> (s)	Osilasi
1.	Pasif	0,077	2,4	Ya
2.	LQR dengan $J_1$	0,07	1,6	Tidak
3.	LQR dengan $J_2$	0,09	1,6	Ya
4.	LQG sensor I	0,074	1,8	Tidak
5.	LQG sensor II	0,077	2,4	Ya
6.	LQG sensor I & II	0,075	1,8	Tidak

Tabel 4.3: *Time Response* VGS dengan *Input* Gundukan dengan Kendali LQR dan LQG pada *Output* Deformasi Ban.

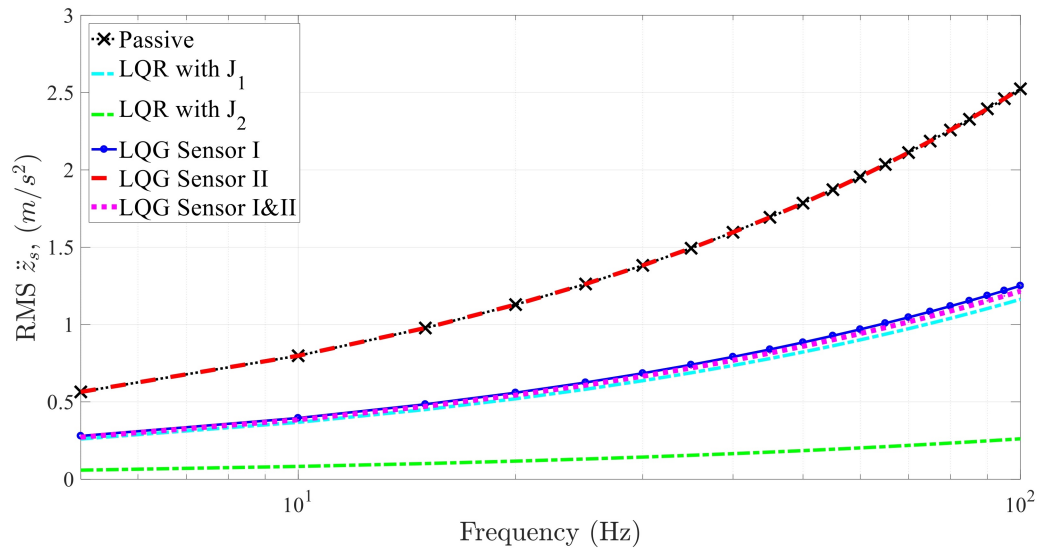
No.	Kendali	Amplitudo (m)	<i>Settling time</i> (s)	Osilasi
1.	Pasif	0,022	2,2	Ya
2.	LQR dengan $J_1$	0,0064	1,2	Tidak
3.	LQR dengan $J_2$	0,0045	1,4	Ya
4.	LQG sensor I	0,008	1,4	Tidak
5.	LQG sensor II	0,022	2,2	Ya
6.	LQG sensor I & II	0,0076	1,4	Tidak

#### 4.5.1 Percepatan *sprung-mass*

Percepatan *sprung-mass* atau *body acceleration* adalah tolok ukur utama dalam menganalisis nilai kenyamanan suatu kendaraan. Subyek dapat merasakan nyaman atau tidaknya suatu kendaraan adalah penumpang kendaraan itu sendiri, karena posisi penumpang termasuk dalam *sprung-mass*. Oleh karena itu, besarnya nilai percepatan *sprung-mass* sangat berpengaruh terhadap kenyamanan dalam berkendara. Semakin kecil percepatan ke arah vertikal yang dialami oleh *sprung-mass*, semakin kecil pula percepatan ke arah vertikal yang akan diterima oleh penumpang.

Penelitian ini menggunakan kendali LQR dan LQG untuk mengetahui performa dari sistem VGS. Dalam analisis perbedaan kedua kendali yang dibandingkan dengan nilai pasifnya menggunakan nilai RMS dan juga meninjau pada ISO 2631, sehingga penelitian ini memvariasikan kecepatan kendaraan pada sistem VGS yang dapat dilihat pada Gambar 4.14 untuk RMS percepatan *sprung-mass*. Pada Gambar 4.14 dapat dilihat bahwa nilai RMS akan naik seiring dengan naiknya kecepatan kendaraan. Oleh karena itu, kecepatan kendaraan semakin tinggi dapat menurunkan nilai kenyamanan dalam berkendara.

Pada garis hitam putus-putus dengan *marker* berupa *cross* adalah representasi kurva dari sistem VGS pasif pada kondisi  $\Delta\theta_{SL}$  sebesar  $90^0$  (kondisi *nominal equ-*

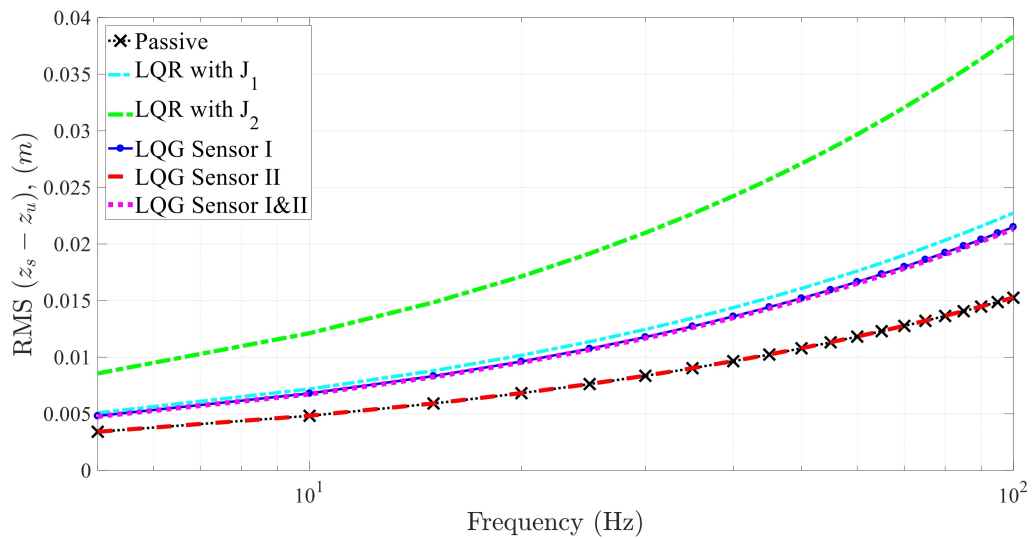


Gambar 4.14: RMS Percepatan *Sprung-mass* dari VGS.

*ilibrium*) dengan perubahan kecepatan kendaraan 5 sampai 100 km/h mempunyai range RMS dari 0,56 sampai 2,5 m/s<sup>2</sup> (*level Uncomfortable*). Kendali LQG kondisi II (garis putus-putus berwarna merah) memiliki hasil sama dengan sistem pasif, sedangkan pada LQG dengan kondisi I (garis biru *solid* dengan titik) dan III (garis putus-putus berwarna ungu) serta pada kendali LQR dengan  $J_1$  yang diwakilkan dengan garis biru muda putus-putus yang memiliki hasil RMS yang tidak jauh berbeda dari range 0,27 sampai 1,2 m/s<sup>2</sup> (*level Fairly Uncomfortable*). Namun, pada LQR dengan  $J_2$  memiliki nilai RMS paling baik dengan range 0,05 sampai 0,26 m/s<sup>2</sup> (*level Not Uncomfortable*) dapat diamati pada garis berwarna hijau putus-putus.

#### 4.5.2 Defleksi suspensi

Tolok ukur keamanan pada sistem suspensi dapat dilihat pada besarnya nilai defleksi suspensi pada kendaraan. Keamanan sistem suspensi yang sesuai dengan (Kristiadi, 2014) adalah meliputi dua hal, yaitu: kekuatan material suspensi (khususnya pegas) untuk menahan gaya akibat ketidakrataan jalan dan kemampuan *road holding* kendaraan. Pada nilai kekakuan (konstanta) pegas yang tetap, kemudian semakin besar defleksi yang terjadi, maka semakin besar pula gaya yang dirasakan oleh pegas. Jika gaya yang dirasakan semakin besar dan secara terus menerus, maka material pegas akan mengalami kelelahan (*fatigue*). Selain itu, defleksi suspensi kendaraan pasti memiliki *stroke limit* tertentu yang sesuai pada penelitian (Koch dkk, 2010) bahwa nilai defleksi maksimal sebesar 8 cm. Sesaat setelah defleksi suspensi mencapai titik *stroke limit*, ban kendaraan akan tidak menapak pada jal-



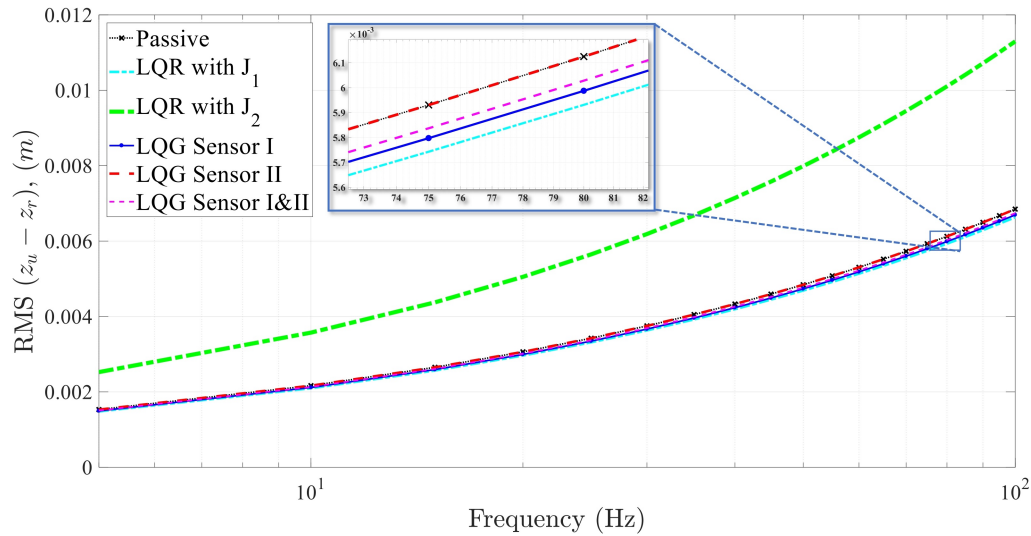
Gambar 4.15: RMS Defleksi Suspensi dari VGS.

an, sehingga kondisi tersebut sangat membahayakan karena kendaraan tidak dapat dikendalikan.

Oleh karena itu, penelitian ini juga melihat nilai RMS dari suspensi defleksi dengan variasi kecepatan kendaraan. Dapat dilihat pada Gambar 4.15, bahwa respon dari suspensi defleksi berbeda dengan respon percepatan *sprung-mass*, dimana nilai pasif-nya lebih baik dari VGS dengan kendali LQR atau LQG. Pada LQR dengan  $J_2$  memiliki defleksi suspensi paling tinggi dari 8 sampai 38 mm, sedangkan pada kendali LQR dengan  $J_1$ , LQG kondisi II, dan III saling berhimpit dengan nilai defleksi antara 4 sampai 22 mm. Berbeda halnya dengan sistem VGS tanpa kendali dan LQG kondisi II, dimana nilai defleksi suspensi dari 3 sampai 15 mm. Jika mengacu pada penelitian (Koch dkk, 2010) maka sistem VGS dengan kendali LQR dan LQG masih pada batasan *ride safety* pada nilai defleksi suspensi.

### 4.5.3 Deformasi ban

Tolok ukur keamanan dalam berkendara dapat ditinjau dari seberapa besar nilai deformasi ban yang terjadi pada kendaraan. Semakin besar nilainya, maka besar pula tekanan udara didalam ban yang dirasakan ban bagian atas. Hal ini, dapat mengakibatkan kerugian tekanan pada ban dan jika dalam waktu yang lama dapat mengakibatkan ban pecah sewaktu-waktu. Bahkan untuk ban dengan desain yang tipis, deformasi dari ban yang berlebihan dapat merusak rim, sehingga dapat memicu terjadinya *unbalance* pada roda dan berpotensi merusak komponen kendaraan yang lain karena dapat menimbulkan vibrasi yang berlebihan.



Gambar 4.16: RMS Deformasi Ban dari VGS.

Oleh karena itu, penelitian ini juga menganalisis nilai RMS dari deformasi ban terhadap variasi kecepatan kendaraan. Dapat dilihat pada Gambar 4.16. bahwa nilai RMS deformasi ban pada VGS tanpa kendali dengan kendali LQR dan LQG saling berdekatan/berhimpit. Namun jika diperbesar, maka nilainya akan sedikit berbeda dengan urutan dari yang terbaik adalah pada VGS kendali LQR dengan  $J_1$  kemudian pada kendali LQG kondisi I selanjutnya pada LQG kondisi III setelah itu pada VGS tanpa kendali dan yang terakhir LQG kondisi I dengan *range* nilai deformasi ban antara 1,5 hingga 6,8 mm. Berbeda halnya pada VGS kendali LQR dengan  $J_2$ , yang sangat tidak lebih baik dari sistem pasif dengan nilai deformasi sebesar 2,5 hingga 11,3 mm. Namun, jika mengacu pada (Koch dkk, 2010) mengenai batasan deformasi ban yang memiliki nilai 23 mm, maka dalam hal ini desain sistem kendali masih dalam batasan *ride safety*.

#### 4.6 Comfort Gain sistem VGS

Setelah memperoleh informasi mengenai karakteristik sistem VGS dengan kendali LQR dan LQG dengan variasi masing-masing hingga menganalisis nilai RMS dari ketiga *output* dari VGS. Penelitian dilanjutkan dengan meninjau nilai *comfort gain* untuk VGS dengan kendali LQR dan LQG. Perhitungan nilai *comfort gain* menggunakan persamaan (2.39) dan nilai kecepatan kendaraan sebesar 25 m/s sesuai (Koch dkk, 2010). Peninjauan nilai *comfort gain* ( $C_g$ ), terlebih dahulu mencari nilai RMS yang telah dinormalisasi pada kendali LQR dan LQG pada variasi

Tabel 4.4: Perbandingan Nilai RMS pada Sistem VGS.

Pengendali	Nilai RMS		
	Percepatan <i>Sprung-mass</i> ( $\text{m/s}^2$ )	Defleksi Suspensi (m)	Deformasi Ban (m)
Sistem Pasif Model Multi-Bodi	2.5532	0.0197	0.0083
Sistem Pasif Model <i>Equivalent</i>	2.5247	0.0153	0.0068
LQR dengan $J_1$	1.1632	0.0227	0.0066
LQR dengan $J_2$	0.2612	0.0383	0.0113
LQG Sensor I	1.2510	0.0215	0.0067
LQG Sensor II	2.5245	0.0152	0.0068
LQG Sensor I&II	1.2159	0.0213	0.0067

Tabel 4.5: Perbandingan Nilai RMS (Normalisasi) pada Sistem VGS .

Pengendali	Nilai RMS (Normalisasi)		
	Percepatan <i>Sprung-mass</i> ( $\text{s}^{-3/2}$ )	Defleksi Suspensi ( $\text{s}^{-1/2}$ )	Deformasi Ban ( $\text{s}^{-1/2}$ )
Sistem Pasif Model Multi-Bodi	46.0202	0.3551	0.1496
Sistem Pasif Model <i>Equivalent</i>	45.5015	0.2749	0.1234
LQR dengan $J_1$	20.9634	0.4097	0.1195
LQR dengan $J_2$	4.7083	0.6907	0.2036
LQG Sensor I	22.5455	0.3876	0.1206
LQG Sensor II	45.5013	0.2752	0.1233
LQG Sensor I&II	21.9138	0.3843	0.1215

masing-masing. Nilai RMS dapat dilihat pada Tabel 4.4, sedangkan nilai RMS yang sudah dilakukan normalisasi dengan nilai *input* sistem dapat dilihat pada Tabel 4.5.

Hasil nilai  $C_g$  dari kendali LQR dan LQG dapat dilihat pada Tabel 4.6 dengan nilai  $C_g$  pada masing-masing *output* dari VGS. Nilai  $C_g$  pada percepatan *sprung-mass* tertinggi terdapat pada sistem VGS dengan kendali LQR  $J_2$  sebesar 89,65%, sedangkan terendah pada kendali LQG kondisi II dengan nilai 0,0007%. Berbeda dengan nilai  $C_g$  pada suspensi defleksi yang semuanya bernilai negatif, yang artinya dengan kendali LQR dan LQG pada sistem VGS untuk defleksi suspensi menghasilkan respon yang tidak lebih baik dari sistem pasif. Pada nilai  $C_g$  untuk deformasi ban relatif kecil, sehingga dengan kendali LQR dan LQG hanya mampu meningkatkan sedikit performa dari deformasi ban.

Tabel 4.6: Perbandingan Nilai *Comfort Gain* pada Sistem VGS .

Pengendali	Nilai <i>Comfort Gain</i>		
	Percepatan <i>Sprung-mass</i> (%)	Defleksi Suspensi (%)	Deformasi Ban (%)
LQR dengan $J_1$	53.93	-49.04	3.17
LQR dengan $J_2$	89.65	-151.22	-64.96
LQG Sensor I	50.45	-40.98	2.25
LQG Sensor II	0.0007	-0.09	0.0014
LQG Sensor I&II	51.84	-39.8	1.58



## Bab 5

### SIMPULAN DAN SARAN

#### 5.1 Simpulan

Dari hasil dan pembahasan yang telah dilakukan dapat ditarik beberapa kesimpulan mengenai performa sistem VGS dengan kendali LQR dan LQG adalah sebagai berikut:

1. Performa sistem *Variable Geometry Suspensions* (VGS) dengan kendali LQR dan LQG lebih baik dari sistem pasif pada percepatan *sprung-mass*/bodi dan deformasi ban serta kendali tersebut dapat bersaing dengan kendali yang digunakan oleh (Yu, Arana, and Evangelou, 2017), sedangkan pada nilai defleksi suspensi tidak lebih baik dari sistem pasif namun masih dalam batasan *ride safety*.
2. Pada LQR dan LQG dapat menaikkan nilai kenyamanan dari sistem VGS hingga 89,65% pada LQR dan 51,84% dengan kendali LQG, sedangkan pada nilai deformasi ban hanya mampu menaikkan nilai keamanan sebesar 3,17% pada LQR dan LQG sebesar 2,25%.

#### 5.2 Saran

Adapun saran yang diberikan penulis antara lain:

1. Penelitian ini dilakukan dengan kondisi yang ideal, parameter tetap, dan pemodelan multi-bodi masih dalam keadaan linear serta tidak memodelkan sistem tenaga dari motor penggerak dari VGS. Oleh karena itu, dibutuhkan penelitian lebih lanjut mengenai VGS dengan model multi-bodi *non-linear* dengan memperhatikan sistem tenaga dari VGS.
2. Perlu adanya penelitian lebih lanjut mengenai VGS dengan analisis ketangguhan sistem kendali yang dibuat, agar ketika parameter sudut dari *single-link* berubah-ubah sistem kendali masih dapat digunakan dengan baik.

*(halaman ini sengaja dikosongkan)*

## DAFTAR PUSTAKA

- C. Arana, S. A. Evangelou, and D. Dini. Series active variable geometry suspension for road vehicle. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 20(1):361–371, 2015.
- Carlos Arana, Simos A. Evangelou, and Daniele Dini. Pitch angle reduction for cars under acceleration and braking by active variable geometry suspension. In *IEEE Conference on Decision and Control*, pages 4390–4395, December 2012.
- Carlos Arana, Simos A. Evangelou, and Daniele Dini. Series active variable geometry suspension application to comfort enhancement. *Control Engineering Practice*, 59(15):111–126, 2017.
- M. Baghaeian and A. A. Akbari. Enhancement of vehicle stability by adaptive fuzzy and active geometry suspension system. *IJAE*, 3(3), September 2013.
- K. P. Balike, S. Rakheja, and I. Stiharu. Development of kineto-dynamic quarter-car model for synthesis of a double wishbone suspension. *Vehicle System Dynamics*, 49(1-2):107–128, 2011.
- H. Chen and K.-H. Guo. Constrained  $\mathcal{H}_\infty$  control of active suspensions: An lmi approach. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 13(3):412–421, 2005.
- Decio Crisol Donha. Lqg/ltr robust semi-active suspension control system using magneto-rheological dampers. *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, 5: 420–428, 2012.
- Hendricks, Jannerup E., O., Sorensen, and Paul H. *Linear System Control: Deterministic and Stochastic Method*. Springer, Berlin, Germany, 2008.
- G. Koch, O. Fritsch, and B. Lohmann. Potential of low bandwidth active suspension control with continuously variable damper. *Control Engineering Practice*, 18(11):1251–1262, 2010.
- Guido P. A. Koch. *Adaptive Control of Mechatronic Vehicle Suspension Systems*. phdthesis, Technical University of Munich, February 2011.

- Stefanus Rangga Kristiadi. Pengaruh jumlah sensor pada low bandwidth active suspension. techreport, Departemen Teknik Mesin, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, July 2014.
- Senthilkumar Mouleeswaran. Pid controller design approaches-theory, tuning and application to frontier areas: Design and development of pid controller-based active suspension system for automobiles. *InTech*, 2012. ISSN 978-953-51-0405-6.
- B. Nemeth and P. Gaspar. Lpv-based variable geometry suspension control considering nonlinear tyre characteristics. *International Federation of Automatic Control-PapersOnLine*, 48(26):061–066, 2015.
- Balazs Nemeth and Peter Gaspar. Integration of control design and variable geometry suspension construction for vehicle stability enhancement. *IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC) Orlando, FL, USA*, pages 7452–7457, December 2011.
- Balazs Nemeth and Peter Gaspar. Variable-geometry suspension design in driver assistance systems. In *European Control Conference (ECC)*, July 2013.
- Yunias Rizki Nugroho. Sistem pengendalian suspensi semi-aktif variable stiffness & variable damping (vsvd) menggunakan pid dan pole placement controller. techreport, Departemen Teknik Mesin, Institut Teknologi Sepuluh Nopember, Surabaya, July 2016.
- R. S. Sharp and S. A. Hassan. Variable geometry active suspension for cars. *Computing Control Engineering Journal*, 9(5):217–222, October 1986.
- Erwin Susanto, Ig. Prasetya Dwi Wibawa, Agung Surya Wibowo, and Cahyantari Ekaputri. *Pengantar Kontrol Maju*. Fakultas Teknik Elektro, Universitas Telkom, Bandung, 2015.
- I Nyoman Sutantra and Bambang Sampurno. *Teknologi dan Konstruksi Otomotif*. Surabaya: Gunawidya, 2010.
- Sarel F. Van Der Westhuizen and Pieter S. Els. Slow active suspension control for rollover prevention. *Journal of Terramechanics*, 50(7):29–36, 2013.
- X. D. Xue, K. W. E. Cheng, Z. Zhang, D. H. Wang J. K. Lin, Y. J. Bao, M. K. Wong, and N. Cheung. Study of art of automotive active suspensions. *Internatio-*

*nal Conference on Power Electronics Systems and Applications (PESA)*, (7):1–7, June 2011.

Min Yu, Carlos Arana, and Simos A. Evangelou. Quarter-car experimental study for series active variable geometry suspension. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, (16), 2017.

Qi Zhou. *Research and Simulation on New Active Suspension Control System*. phdthesis, Lehigh University, 2013.



# Lampiran 1

## Data Script dari Matlab:

```
clear all
clc
```

### Data (Parameter)

```
ms=439.38; % Quarter car body mass
mu=42.27; % Wheel assembly mass
ksd=38404; % Suspension spring stiffness SD
csd=3593.4; % Suspension Damping SD
gammak=0.89; % Equivalent value (spring)
gammac=0.95; % Equivalent value (damping)
keq=gammak*ksd;% Spring equivalent
ceq=gammac*csd; % Damping equivalent
kt=200000; % Tire Stiffness
ct=352.27; % Tire Damping
ISL=0.011; % Lenght Single-Link
ktl=100000; % tire stiffness lateral
R=0.35; % Radius tire
lux=1.86; % Mass of inertia tire
rho=ms/mu; % mass ratio
```

### State space matrices

```
A=[-(ceq/ms) ceq/ms -(keq/ms) 0 keq/ms;
ceq/mu -(ceq+ct)/mu keq/mu -(kt/mu) -(keq/mu);
1 -1 0 0 0;
0 1 0 0 0;
0 0 0 0 0];
B=[0 ceq/ms; ct/mu -(ceq/mu); 0 0; -1 0; 0 1];
Bw=[0; ct/mu; 0; -1; 0];
Bu=[ceq/ms; -(ceq/mu); 0; 0; 1];
C=[-(ceq/ms) ceq/ms -(keq/ms) 0 keq/ms;
0 0 1 0 0;
0 0 0 1 0];
dw=[0; 0; 0];
du=[ceq/ms; 0; 0];
D=[0 ceq/ms; 0 0; 0 0];
```

```
nA=size(A,1);
```

### LQR Controller

#### CARE (J1)

```
r11=1;
r21=1162;
r31=53509;
```

```
R1=diag([r11 r21 r31]);
R11C=C'*R1*C;
R21C=du'*R1*du;
R31C=C'*R1*du;
```

```
Q1=R11C;
R1=R21C;
S1=R31C;
E=eye(5,5);
[X,LL,G]=care(A,Bu,Q1,R1,S1,E);
Kare1=-[G];
Gluck1=[G'];
```

#### CARE (J2)

```
r12=1;
r22=96;
r32=1531;
```

```
R2=diag([r12 r22 r32]);
R12C=C'*R2*C;
R22C=du'*R2*du;
R32C=C'*R2*du;
```

```
Q2=R12C;
R2=R22C;
S2=R32C;
[X2,LL,G2]=care(A,Bu,Q2,R2,S2,E);
Kare2=-[G2];
Gluck2=[G2'];
```

### LQG Controller

#### Define Cs

```
Cs1=[C(1,:); Du1=[0; 0]; %sensor sprung-mass acceleration
Cs2=[C(2,:); Du2=[0]; %sensor suspension stroke
Cs3=[C(1,:);C(2,:); Du3=[0]; %sensor sprung-mass
acceleration and suspension stroke
```

#### Disturbance

```
Amp=4.9e-6; p=10;
W=(2.0*pi*Amp*25);
```

#### Noise covariance

```
V1=[0.01];
V2=[100];
V3=[0.01 0; 0 100];
```

#### Desain gain matrik observer

```
Ke1=lqe(A,Gluck1,Cs1,W,V1);
Ke2=lqe(A,Gluck1,Cs2,W,V2);
Ke3=lqe(A,Gluck1,Cs3,W,V3);
```

#### Simulation

```
baris = 1; kolom = 1;
bariss=1;
```

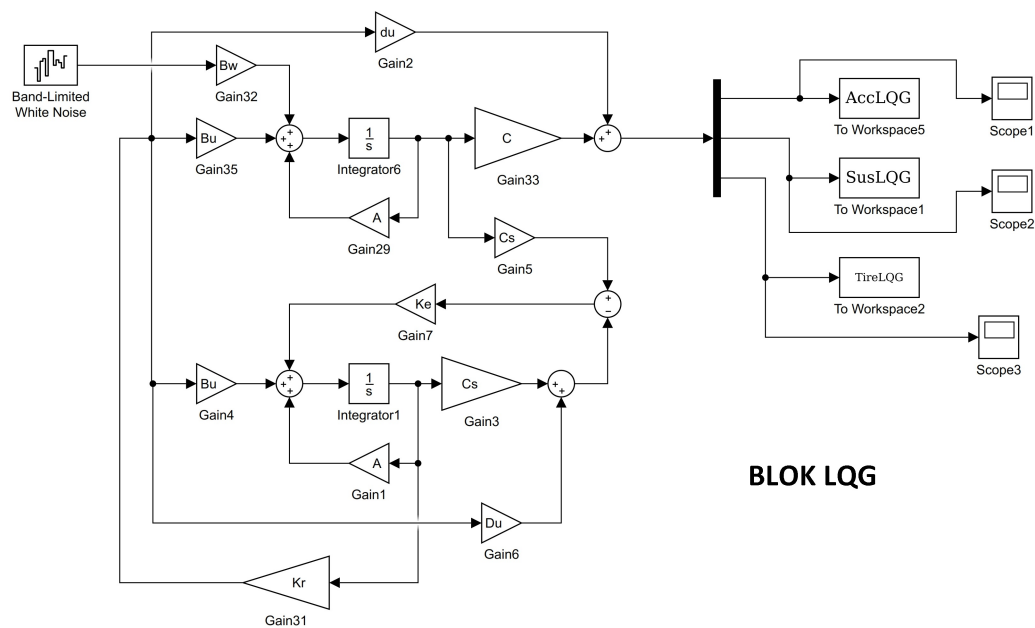
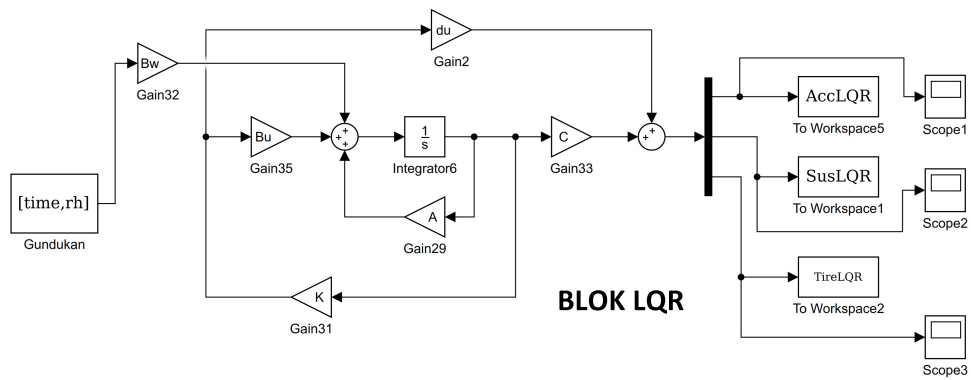
#### Bumpy Road

```
L= 5; % panjang gundukan
V=12.5; % kecepatan kendaraan untuk gundukan
H=0.1; %tinggi gundukan
```

```
dt1 = L/V;
time = linspace (0, dt1);
time = time';
rh = H/2 * ( 1 - cos( 2*3.1415926 * time / dt1 ));
```

```
road = [ time rh ];
```

Blok *Simulink* LQR dan LQG dari Matlab:





## Lampiran 2

Persamaan-persamaan dari (Balike dkk, 2011):

$$\phi = \frac{1}{\text{Den}} \{ [e(h - 2z_s) - g(f - 2z_s)] z_u - (eh - gf) z_s \}$$

$$\begin{aligned} I_y = \frac{1}{\text{Den}} \{ & [eb - a(f - 2z_s)][hz_s - (h - 2z_s)z_u] \\ & + [c(h - 2z_s) - gd][fz_s - (f - 2z_s)z_u] \\ & + I_{y0}[ce(h - 2z_s) - ag(f - 2z_s)] + I_{y0}ge(b - d) \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_y = \frac{1}{\text{Den}} \{ & [c(h - 2z_s) - g(d - b)][fz_s + eD_{y0} - (f - 2z_s)z_u] \\ & - a(f - 2z_s)[hz_s + gD_{y0} - (h - 2z_s)z_u] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} D_z = \frac{1}{\text{Den}} \{ & [ec(h - 2z_s) + eg(b - d)](D_{z0} + z_u) - ea(h - 2z_s)z_u \\ & - agfD_{z0} + [ag(D_{z0} + C_{z0}) + eah]z_s \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_y = \frac{1}{\text{Den}} \{ & c(h - 2z_s)[fz_s + eB_{y0} - (f - 2z_s)z_u] \\ & - [a(f - 2z_s) - e(b - d)][hz_s + gB_{y0} - (h - 2z_s)z_u] \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_z = \frac{1}{\text{Den}} \{ & [eg(b - d) - ga(f - 2z_s)](B_z + z_u) - cg(f - 2z_s)z_u \\ & + echB_{z0} - [ec(B_{z0} + A_{z0}) + gcf]z_s \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi} = \frac{1}{\text{Den}^2} \{ & \text{Den}[[e(h - 2z_s) - g(f - 2z_s)]\dot{z}_u + 2(g - e)z_u\dot{z}_s \\ & - (eh - gf)\dot{z}_s] + 2(ec - ga)[[e(h - 2z_s) - g(f - 2z_s)]z_u - (eh - gf)z_s]\dot{z}_s \} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{y}_u = \frac{1}{\text{Den}^2} \{ & \text{Den}[2a\dot{z}_s[hz_s - (h - 2z_s)z_u] - 2c\dot{z}_s[fz_s - (f - 2z_s)z_u] \\ & + [eb - a(f - 2z_s)][h\dot{z}_s - (h - 2z_s)\dot{z}_u] - 2\dot{z}_sz_u \\ & + [c(h - 2z_s) - gd][f\dot{z}_s - (f - 2z_s)\dot{z}_u + 2\dot{z}_sz_u] - 2I_{y0}(ce - ag)\dot{z}_s] \\ & + 2(ec - ga)[(eb - a(f - 2z_s))[hz_s - (h - 2z_s)z_u] + I_{y0}ge(b - d) \\ & + [c(h - 2z_s) - gd][fz_s - (f - 2z_s)z_u] + I_{y0}[ce(h - 2z_s) - ag(f - 2z_s)]\dot{z}_s \} \end{aligned}$$

$$\ddot{\phi} = \frac{1}{\text{Den}^2} \{ \text{Den}[e(h - 2z_s) - g(f - 2z_s)]\ddot{z}_u + \text{Den}[2(g - e)z_u - (eh - gf)]\ddot{z}_s \\ + 2[[e(h - 2z_s) - g(f - 2z_s)]z_u - (eh - gf)z_s]\dot{z}_s(ec - ga)\ddot{z}_s \}$$

$$\ddot{y}_u = \frac{1}{\text{Den}^2} \{ \text{Den}[-[eb - a(f - 2z_s)](h - 2z_s) - [c(h - 2z_s) - gd](h - 2z_s)]\ddot{z}_u \\ + \text{Den}[2a[hz_s - (h - 2z_s)z_u] + [eb - a(f - 2z_s)](h + 2z_u) \\ - 2c[fz_s - (f - 2z_s)z_u] + [c(h - 2z_s) - gd](f + 2z_u) \\ - 2I_{y0}(ce - ag)\ddot{z}_s + 2(ec - ga)[(eb - a(f - 2z_s)][hz_s - (h - 2z_s)z_u] \\ + [c(h - 2z_s) - gd][fz_s - (f - 2z_s)z_u] \\ + I_{y0}[ce(h - 2z_s) - ag(f - 2z_s)] + I_{y0}ge(b - d)]\ddot{z}_s \}$$

$$E_y = \left(1 - \frac{l_{AE}}{l_{AB}}\right) A_{y0} + \frac{l_{AE}}{l_{AB}} B_y \quad \text{dan} \quad E_z = \left(1 - \frac{l_{AE}}{l_{AB}}\right) (A_{z0} + z_z) + \frac{l_{AE}}{l_{AB}} B_z$$

dengan nilai  $\text{Den} = ge(b - d) + ec(h - 2z_s) + ga(f - 2z_s)$ , kemudian dalam mencari nilai koefisien-koefisien  $a, b, c, d, e, f, g$ , dan  $h$  dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$\begin{aligned} a &= (D_{y0} - I_{y0}); & e &= (D_{y0} - C_{y0}) \\ b &= (D_{z0} - I_{z0}); & f &= (D_{z0} - C_{z0}) \\ c &= (B_{y0} - I_{y0}); & g &= (B_{y0} - A_{y0}) \\ d &= (B_{z0} - I_{z0}); & h &= (B_{z0} - A_{z0}) \end{aligned}$$

dengan nilai konfigurasi dari koordinat  $(y, z)$  suspensi yang sesuai (Balike dkk, 2011) yaitu:  $C = (0.430, 0.818)$ ,  $D = (0.644, 0.852)$ ,  $A = (0.365, 0.360)$ ,  $B = (0.743, 0.347)$ ,  $I = (0.787, 0.452)$ ,  $E = (0.660, 0.350)$ , dan  $F = (0.615, 0.920)$  serta melihat Gambar 2.4.

$$\text{Den} = 0.127z_s + 0.039$$

Dengan menurunkan persamaan tersebut diatas, dan mengasumsikan bahwa nilai Den sebesar 0.041, sehingga didapatkan persamaan sebagai berikut:

$$\phi = 8z_s z_u + 0.381z_s - 0.39$$

$$C_y = 9.659z_s^2 z_u + 6.244z_s z_u - 1.707z_s + 0.829$$

$$N_y = -9.659z_s^2z_u + 0.171z_s^2 + 9.415z_s z_u - 1.244z_s - 1.585z_u + 0.683$$

$$P_y = -9.659z_s^2z_u + 0.171z_s^2 + 5.366z_s z_u - 1.659z_s + 0.049z_u + 0.781$$

$$N_z = -1.024z_s z_u - 1.927z_s + z_u + 0.878$$

$$P_z = -3.439z_s z_u - 0.732z_s + 1.049z_u + 0.366$$

$$\dot{\phi} = 8\dot{z}_s z_u + 8\dot{z}_u z_s + 0.381\dot{z}_s$$

$$\ddot{\phi} = 8\ddot{z}_s z_u + 8\ddot{z}_u z_s + 0.381\ddot{z}_s + 16\dot{z}_s \dot{z}_u$$

$$A_y = -7.538z_s^2z_u + 0.134z_s^2 + 4.188z_s z_u - 0.513z_s + 0.038z_u + 0.69$$

$$A_z = -2.684z_s z_u - 0.352z_s + 0.819z_u + 0.365$$

$$y_u = 9.659z_s^2z_u + 6.244z_s z_u - 1.707z_s + 0.042$$

$$\dot{y}_u = 19.318\dot{z}_s z_s z_u + 9.659\dot{z}_u z_s^2 + 6.244\dot{z}_s z_u + 6.244\dot{z}_u z_s + 1.707\dot{z}_s$$

$$\ddot{y}_u = 19.318\ddot{z}_s z_u + 6.244\ddot{z}_u z_s + 6.244\ddot{z}_s z_u + 12.488\dot{z}_s \dot{z}_u \\ - 1.707\ddot{z}_s + 19.318\ddot{z}_s z_s z_u + 19.318\dot{z}_s \dot{z}_u z_s$$

$$\dot{A}_y = 0.26\dot{z}_s z_s + 4.188\dot{z}_u z_s + 4.188\dot{z}_s z_u - 7.538\dot{z}_u z_s^2$$

$$- 0.514\dot{z}_s + 0.038\dot{z}_u - 15.076\dot{z}_s z_s z_u$$

$$\dot{A}_z = 0.819\dot{z}_u - 2.684\dot{z}_s z_u - 0.352\dot{z}_s - 2.684\dot{z}_u z_s$$

Kemudian, dengan menggunakan metode *Lagrange's* dengan persamaan (2.12) dan (2.13), maka persamaan multi-bodi dengan metode *kineto-dynamic* didapatkan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
& 2.914m_u\ddot{z}_s - 0.072k_{tl} - 0.628k_{tl}R + 2.914k_{tl}z_s + 0.262k_{tl}z_u + 0.29I_{ux}\ddot{z}_s \\
& - 0.149k_{tl}R^2 + 39k_{tl}z_s z_u^2 - 49.464k_{tl}z_s^2 z_u + 128I_{ux}z_u^2 \ddot{z}_s + 12.192I_{ux}\dot{z}_s \dot{z}_u \\
& + 120.622m_u z_u^2 \dot{z}_s^2 - 16.488m_u z_s^2 \ddot{z}_u + 39m_u z_u \ddot{z}_s - 21.317m_u \dot{z}_u \dot{z}_s \\
& + 180.932k_{tl}z_s^2 z_u^2 + 186.593z_s^3 z_u^2 + 1.3k_{tl}Rz_s + 2.1k_{tl}Rz_u - 20.506k_{tl}z_s z_u \\
& + 6.096I_{ux}z_s \ddot{z}_u + 12.192I_{ux}z_u \ddot{z}_s + 0.145k_{tl}R^2 z_s - 3.12k_{tl}R^2 z_u \\
& - 32.976m_u z_u \dot{z}_s^2 - 10.659m_u z_s \ddot{z}_u - 21.317m_u z_u \ddot{z}_s + 256I_{ux}z_u \dot{z}_s \dot{z}_u \\
& - 231.816k_{tl}Rz_s^2 z_u^2 + 64k_{tl}R^2 z_s z_u^2 + 373.185m_u z_s z_u^2 \dot{z}_s^2 + 241.243m_u z_s z_u^2 \ddot{z}_s \\
& + 180.932m_u z_s^2 z_u \ddot{z}_u + 186.593m_u z_s^3 z_u \ddot{z}_u - 65.952m_u \dot{z}_u \dot{z}_s z_s \\
& + 77.975m_u z_u \dot{z}_u \dot{z}_s + 30.088k_{tl}Rz_s z_u + 373.185m_u z_s^2 z_u^2 \ddot{z}_s + 128I_{ux}z_s z_u \ddot{z}_u \\
& - 99.904k_{tl}Rz_s z_u^2 - 11.04k_{tl}Rz_s^2 z_u + 6.096k_{tl}R^2 z_s z_u - 65.592m_u z_s z_u \ddot{z}_s \\
& + 39m_u z_s z_u \ddot{z}_u + 482.486m_u z_s z_u \dot{z}_s \dot{z}_u + 746.37m_u z_s^2 z_u \dot{z}_u \dot{z}_s = 0
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& 0.262k_{tl}z_s - 16.488k_{tl}z_s^3 - 10.253k_{tl}z_s^2 + 39k_{tl}z_s^2 z_u + 120.622k_{tl}z_s^3 z_u \\
& + 93.296k_{tl}z_s^4 z_u + 128I_{ux}z_s^2 \ddot{z}_u + 3.048k_{tl}R^2 z_s^2 - 16.488m_u z_s^2 \ddot{z}_s \\
& + 39m_u z_s^2 \ddot{z}_u + 120.622m_u z_s^3 \ddot{z}_u + 93.296m_u z_s^4 \ddot{z}_u + 2.1k_{tl}Rz_s + 6.096I_{ux}z_s \ddot{z}_s \\
& + 15.044k_{tl}Rz_s^2 - 3.12k_{tl}R^2 z_s - 3.68k_{tl}Rz_s^3 - 10.659m_u z_s \ddot{z}_s + 256I_{ux}z_s \dot{z}_s \dot{z}_u \\
& + 64k_{tl}R^2 z_s^2 z_u + 186.593m_u z_s^2 z_u \dot{z}_s^2 + 180.932m_u z_s^2 z_u \ddot{z}_s + 186.593m_u z_s^3 z_u \ddot{z}_s \\
& + 77.975m_u z_s \dot{z}_u \dot{z}_s + 361.865m_u z_s^2 \dot{z}_s \dot{z}_u + 373.185m_u z_s^3 \dot{z}_u \dot{z}_s + 128I_{ux}z_s z_u \ddot{z}_s \\
& - 99.904k_{tl}Rz_s^2 z_u - 154.544k_{tl}Rz_s^3 z_u + 120.622m_u z_s z_u \dot{z}_s^2 + 39m_u z_s z_u \ddot{z}_s = 0
\end{aligned}$$

## BIODATA PENULIS



### Data Pribadi

Nama	: Ferly Isnomo Abdi
Nama Panggilan	: Ferly
Tempat/Tanggal Lahir	: Surabaya, 4 Desember 1992
Alamat Asal	: Jalan Manyar Sabrangan 7/12A
Kecamatan	: Mulyorejo
Kota	: Surabaya
No. HP/WA	: 0857 3189 1992
e-Mail	: ferly_abdi@yahoo.com

---

### PENDIDIKAN

---

#### FORMAL :

- |               |  |
|---------------|--|
| ▪ 1999 – 2005 | SD ISLAM MARYAM, Surabaya  |
| ▪ 2005 – 2008 | SMP NEGERI 39, Surabaya  |
| ▪ 2008 – 2011 | SMA NEGERI 20, Surabaya  |
| ▪ 2011 – 2014 | D-3 TEKNIK MESIN (Konversi Energi),<br>Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya    |
| ▪ 2014 – 2016 | S-1 TEKNIK MESIN (Lintas Jalur), Institut<br>Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya |
| ▪ 2012 – 2018 | S-1 PENDIDIKAN TEKNIK MESIN (Otomotif),<br>Universitas Negeri Surabaya (UNESA)         |
| ▪ 2016 – 2018 | S-2 DESAIN SISTEM MEKANIKAL,<br>Departemen Teknik Mesin FTI-ITS Surabaya               |

#### NON FORMAL :

- |                   |  |
|-------------------|--|
| ▪ 2002 – Sekarang | MADRASATUL QUR'AN AL-ANWAR,<br>Manyar Sabrangan – Surabaya |
|-------------------|--|

---

### PESAN-PESAN

---

*“Do the best and keep moving forward”, “Orang yang tekun, giat, rajin, tanggung jawab, dan tidak mudah menyerah akan menemukan jalan yang diinginkannya”, “Jujurlah dalam semua hal, walaupun itu sulit dan dalam tekanan kehidupan yang tinggi, sehingga bersabarlah pasti semuanya akan ada hikmahnya”, “Berjuang dengan maksimal, setelah itu serahkan semua kepada Yang Maha Esa”, dan “Ingat 3S (Serius, Santai, Sukses)”.*